

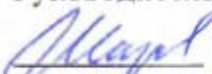
Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 30.08.2023 11:29:31
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf75f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



Утверждаю:

Руководитель ООП:

 Шаров Г.С.
«16» 05 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Профиль подготовки
Математические основы информатики

Для студентов I–II курса

Форма обучения
Очная

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Составитель:



к.ф.-м.н. Рыбаков М.Н.

Тверь – 2023

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП:

_____ Шаров Г.С.

«__» _____ 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Профиль подготовки
Математические основы информатики

Для студентов I–II курса

Форма обучения
Очная

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Составитель:

к.ф.-м.н. Рыбаков М.Н.

Тверь – 2023

I. Аннотация

1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математической основе, обеспечивающей возможность деятельности специалиста в той части, которая связана с алгеброй и теорией чисел, решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части блока дисциплин, формирует универсальные и общепрофессиональные компетенции.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины, — это знания, полученные при изучении школьной программы по алгебре и началам анализа, а также по геометрии.

Освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее для следующих дисциплин: дифференциальные уравнения, функциональный анализ, информатика и программирование, теория информации.

3. Объем дисциплины:

14 зачетных единиц, 504 академических часа, в том числе

контактная работа: лекции 106 часов, практические занятия 106 часов, **самостоятельная работа и контроль:** 292 часа.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Формируемые компетенции	Требования к результатам обучения В результате изучения дисциплины студент должен:
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Оперировать базовыми знаниями в области основных математических и естественно-научных дисциплин, предусмотренных учебным планом ОПК-1.2 Решает типовые задачи основных математических и естественно-научных дисциплин, применяя стандартные приемы и методы

	ОПК-1.3 Выбирает различные методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных при изучении основных математических и естественно-научных дисциплин
--	---

5. Форма промежуточной аттестации

Зачёт во 2-м семестре, экзамен в 1-м и 3-м семестрах.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

1. Структура дисциплины для студентов очной формы обучения

Номер и наименование разделов	Всего	Контактная работа		Самостоятельная работа и контроль
		Лекции	Практические	
1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса Теория определителей	26	8	8	10
2. Арифметические пространства. Общая теория систем линейных уравнений.	34	11	9	14
3. Основные понятия в алгебре. Поле комплексных чисел.	26	7	9	10
4. Теория чисел	48	12	12	24
5. Алгебра матриц	16	4	4	8
6. Кольцо многочленов от одной буквы	26	8	8	10
7. Линейные пространства	28	6	6	16
8. Линейные отображения	28	7	7	14
9. Евклидовы пространства	18	5	5	8
10. Квадратичные формы	20	4	4	12
11. Жорданова форма матриц	20	4	4	12
12. Основы теории групп	40	8	8	24
13. Основы теории колец. Расширения полей	48	12	12	24
14. Конечные поля	54	14	14	26
Итого	504	106	106	292

III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Примерные контрольные задания к зачету.
2. Список вопросов к экзамену.

Экзаменационные вопросы и задания по учебной дисциплине.

- Метод Гаусса: доказательство теоремы о возможности приведения системы к трапециoidalному виду. Общее и частное решение.
- Свойства перестановок. Свойства подстановок.
- Понятие определителя, его свойства.
- Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя.
- Теорема Крамера.
- Определитель Вандермонда.
- Понятие арифметического пространства, определения линейно зависимой и независимой системы векторов. Критерий линейной зависимости.
- Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций и следствия из нее.
- Базис и ранг системы векторов.
- Эквивалентные системы векторов: их свойства, доказательство равенства рангов эквивалентных систем.
- Теорема о ранге матрицы.
- Равенство рангов системы строк и столбцов матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Перечисление базисов системы векторов.
- Критерий того, что определитель квадратной матрицы равен 0.
- Система линейных однородных уравнений. Ранг и базис множества решений.
- Системы неоднородных линейных уравнений: теорема Кронекера-Капелли; связь с соответствующей системой линейных однородных уравнений.
- Делимость целых чисел. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Разложение НОД. Критерий взаимной простоты. Простые числа и их бесконечность. Существование и единственность разложения на простые множители.
- Решение сравнений первой степени. Использование алгоритма Евклида.
- Понятие алгебраической операции. Примеры и контр-примеры. Понятие полугруппы. Единственность единицы. Единственность обратного элемента в полугруппах.

- Группы. Группа подстановок. Примеры подгрупп.
- Понятие кольца. Понятие поля. Делители нуля в кольце и их отсутствие в поле. Примеры.
- Построение поля комплексных чисел.
- Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в этой форме. Формула Муавра. Свойства модуля комплексного числа.
- Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа в тригонометрической форме. Расположение корней на плоскости.
- Группа корней из единицы. Понятие первообразного корня, примеры.
- Действия с матрицами. Кольцо квадратных матриц над кольцом.
- Элементарные матрицы. Связь элементарных преобразований с элементарными матрицами.
- Ранг произведения матриц.
- Определитель произведения матриц.
- Критерий обратимости квадратной матрицы над полем. Построение обратной матрицы способом, связанным с алгебраическими дополнениями.
- Критерий обратимости квадратной матрицы над полем. Способ построения обратной матрицы, связанный с приписыванием единичной матрицы.
- Построение кольца многочленов от одной буквы над кольцом.
- Теорема о делении с остатком для кольца многочленов над полем.
- Многочлен как функция. Схема Горнера. Теорема Безу. Теорема о числе корней. Достаточные условия совпадения двух определений многочлена.
- Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Ассоциированность наибольших общих делителей.
- Разложение НОД. Критерий взаимной простоты. Свойства взаимно простых многочленов.
- Понятие приводимого многочлена над полем. Взаимная простота неприводимых неассоциированных многочленов. Теорема о разложении многочлена над полем в произведение многочленов, неприводимых над этим полем.
- Кратность неприводимого множителя в каноническом разложении многочлена; ее связь с кратностью этого множителя в производной. Отделение кратных множителей.
- Формулировка основной теоремы алгебры комплексных чисел. Вид неприводимых многочленов над полями комплексных и действительных чисел.
- Понятие линейного пространства. Базис конечномерного линейного пространства. Ранг системы векторов в конечномерном пространстве. Корректность определения ранга.

- Замена базиса в конечномерном линейном пространстве. Матрица перехода. Связь между координатами одного вектора в разных базисах.
- Подпространства линейного пространства. Сумма подпространств. Пересечение подпространств. Связь размерности суммы с размерностью пересечения.
- Построение базиса суммы двух подпространств. Построение базиса пересечения двух подпространств. Прямая сумма подпространств.
- Изоморфизм линейных пространств.
- Линейные отображения. Ядро и образ. Теорема о связи между рангом и дефектом линейного отображения. Способы определения (введения) линейного отображения.
- Матрица линейного преобразования конечномерного линейного пространства и ее изменения при переходе к другому базису. Подобные матрицы.
- Понятие алгебры. Алгебра многочленов от одной буквы над полем. Алгебра квадратных матриц над полем. Изоморфизм алгебр. Алгебра линейных преобразований линейного пространства и ее изоморфизм подходящей алгебры матриц.
- Совпадение характеристических корней и собственных чисел линейного преобразования. Линейная независимость системы собственных векторов, принадлежащих попарно различным собственным значениям. Собственные подпространства.
- Критерий того, что матрица подобна диагональной. Инвариантные подпространства.
- Определение евклидова пространства. Ортогонализация. Существование ортонормированного базиса.
- Определение евклидова пространства. Вычисление скалярных произведений в произвольном базисе. Вычисление скалярных произведений в ортонормированном базисе. Изоморфизм евклидовых пространств.
- Подпространства евклидова пространства. Дополнение ортонормированного базиса подпространства до ортонормированного базиса пространства. Ортогональное дополнение. Свойства ортогональных дополнений.
- Неравенство Коши. Определения длины вектора и угла между вектором и подпространством. Их корректность. Неравенство треугольника.
- Ортогональные матрицы как матрицы перехода в евклидовом пространстве. Симметрические преобразования евклидовых пространств.
- Существование инвариантных подпространств размерности 1 или 2 в линейном пространстве над полем действительных чисел. Ортогональные преобразования евклидовых пространств.

-
- Инвариантные подпространства. Корневые подпространства и их инвариантность. Пересечения корневых подпространств, относящихся к различным собственным значениям.
- Разложение линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств.
- Линейная зависимость системы векторов относительно подпространства. Жорданова форма матрицы линейного преобразования, имеющего единственное собственное число.
- Доказательство теоремы о существовании жордановой матрицы линейного преобразования линейного пространства над полем комплексных чисел.
- Доказательство единственности жордановой формы матрицы.
- Подгруппы. Свойства степеней. Понятие группы. Простейшие свойства. Критерий группы.
- Подгруппы. Подгруппа четных подстановок.
- Изоморфизм групп. Примеры. Теорема Кэли.
- Смежные классы. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа о делимости порядка группы на порядок подгруппы.
- Порядок элемента. Циклические группы. Подгруппы циклических групп. Строение групп простого порядка.
- Нормальные подгруппы. Примеры нормальных подгрупп. Контрпримеры. Нормальность подгрупп индекса 2.
- Понятие факторгруппы и его корректность. Примеры построения факторгрупп.
- Понятие гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизме групп.
- Восстановление подгруппы в прообразе из подгруппы в образе.
- Отношение сопряженности в группе. Свойства сопряженных элементов группы.
- Центризатор элемента. Теорема об индексе центризатора элемента конечной группы.
- Центр группы. Нетривиальность центра p -группы.
- Существование в коммутативной группе порядка p делящегося на простое p элемента порядка p .
- Формулировка теоремы Силова. Доказательство теоремы Силова в части «существование».
- Прямые произведения групп. Критерий разложения группы в прямое произведение своих подгрупп.
- Теорема о строении конечных коммутативных групп.
- Понятие кольца. Подкольца. Понятие идеала. Сумма и пересечение идеалов. Примеры.
- Сравнимость по данному модулю. Кольцо классов вычетов по данному модулю.

- Главные идеалы. Кольцо целых чисел как кольцо главных идеалов. Кольцо многочленов над полем как кольцо главных идеалов. Пример кольца, которое не является кольцом главных идеалов.
- Факторкольцо. Кольцо классов вычетов как пример факторкольца. Поле классов вычетов по простому модулю.
- Поле комплексных чисел как факторкольцо.
- Построение поля частных.
- Теорема существования корня. Поле разложения многочлена.
- Понятие поля. Пример поля, которое содержит иррациональные числа, содержится в поле действительных чисел, но не совпадает с ним.
- Понятие простого поля. Поле рациональных чисел как наименьшее поле, содержащее кольцо целых чисел.
- Характеристика поля. Простые конечные поля. Число элементов в конечном поле.
- Изоморфизм минимальных полей, в которых данный неприводимый многочлен имеет корень. Наименьшая степень расширения поля, в котором неприводимый многочлен имеет корень.
- Существование конечного поля каждого порядка, являющегося степенью простого числа.
- Цикличность мультипликативной группы конечного поля.
- Подполя конечного поля.
- Существование многочлена произвольной степени над конечным полем, который неприводим над этим полем. Конечное поле как множество корней некоторого многочлена.
- Критерий Батлера неприводимости данного многочлена над конечным полем и его применение.
- Решение сравнений второй степени. Квадратичные вычеты. Закон взаимности квадратичных вычетов.
- Функция Эйлера, её вычисление и применение.
- Функция Мёбиуса. Формула обращения Мёбиуса.
- Первообразные корни и индексы. Дискретный логарифм.

Текущий контроль успеваемости

Типовые задания:

Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. С.-Пб.: Лань, 2010;

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1977;

Сборник задач по алгебре. Под ред. А.И.Кострикина, М.: Наука, 1995.

IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Докажите существование конечного поля каждого порядка, являющегося степенью простого числа. Постройте примеры.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 3 балла. Наличие отдельных ошибок – 1 – 2 балла. Большое количество ошибок – 0 баллов.
	Дайте определения и опишите свойства действий с матрицами. Кольцо квадратных матриц.	Правильное выполнение задания – 3 балла. Наличие отдельных ошибок – 1 – 2 балла.. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов.
	Дайте определение и опишите свойства произведения матриц.	Глубокие знания – 3 балла. Неуверенные знания – 1 – 2 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Докажите существование многочлена произвольной степени над конечным полем, который неприводим над этим полем.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 3 балла. Наличие отдельных ошибок – 1 – 2 балла. Большое количество ошибок – 0 баллов.
	Дайте определения и опишите сравнимость по данному модулю, свойства кольца классов вычетов по данному модулю..	Правильное выполнение задания – 3 балла. Наличие отдельных ошибок – 1 – 2 балла.. Большое количество ошибок, решение не дано

		или дано неверное решение – 0 баллов.
	Дайте определение и опишите свойства определителей. Критерий того, что определитель квадратной матрицы равен 0.	Глубокие знания – 3 балла. Неуверенные знания – 1 – 2 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов

V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - СПб.: Лань, 2007. - 431 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30198
2. Огнева Э. Н. Математика. Раздел 1. Алгебра и геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов специальности 080801 «Прикладная информатика (в информационной сфере)», специализации «Информационные сети и системы»; по направлению 230700 «Прикладная информатика», квалификации (степень) «Бакалавр прикладной информатики»/ Огнева Э.Н. – Кемерово: Кемеровский государственный институт культуры, 2011. – 227 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22020>
3. Углирж Ю. Г. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие. – Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2013. – 148 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24895>

б) Дополнительная литература

1. Бухштаб А. А. Теория чисел [Электронный ресурс] - СПб.: Лань, 2015. - 384 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65053

VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://www.libraru.tversu.ru> – научная библиотека Тверского государственного университета,

<http://e.lanbook.com/> - электронная библиотека издательства Лань:

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека ONLINE:

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для полноценного усвоения курса студенту необходимо овладеть основными понятиями дисциплины, знать определения, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этим определениям, а также примеры объектов, не удовлетворяющих им. Кроме того, необходимо знать факты, связанные с изучаемыми понятиями. Требуется знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями. Студент должен освоить доказательства основных утверждений и фактов, изучаемых в рамках дисциплины. Часть из этих доказательств целесообразно обсуждать на практических занятиях, например, в форме опроса или докладов.

Практическая и самостоятельная работа включает в себя следующие составляющие.

1. Изучение теоретического материала.
2. Самостоятельное изучение методов решения задач по данному разделу с использованием рекомендованной литературы.
3. Решение задач на лабораторных и практических занятиях.
4. Выполнение контрольных работ.

Для освоения теоретического материала студент должен посещать лекции, быть внимательным на лекции, стараться осмыслить и запомнить ее основное содержание, составлять конспект лекции, фиксируя основные положения, выводы и помечая вопросы, вызывающие трудности; задавать уточняющие вопросы.

На практических занятиях студент должен предъявить преподавателю выполненное домашнее задание; активно работать над решением задач как у доски, так и на своем рабочем месте.

VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)

1. Традиционные лекция и практическое занятие.
2. Использование средств мультимедиа.

IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебные аудитории, оснащенные средствами мультимедиа.

X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	Разделы III, IV, V.	Обновление содержания, ФОС, списка литературы	20.09.2017 г, протокол № 1
2.			