

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 23.09.2022 12:11:01
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП:
Б.Б. Педько
«30» августа 2017 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Направление подготовки
03.03.02 - Физика

Профиль подготовки
Физика конденсированного состояния
вещества

Для студентов 2 курса очной формы обучения

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Ю.В. Кузнецова



Тверь 2017

I. Аннотация

1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

2. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является: ознакомление студентов с основными понятиями теории интегральных уравнений и вариационного исчисления, методами решения интегральных уравнений и задач вариационного исчисления.

Первая часть курса посвящена основам теории вариационного исчисления, в которой дается определение функционалов в нормированных пространствах, сильного и слабого экстремума, исследуется простейшая задача вариационного исчисления, доказываются теоремы о необходимых и достаточных условиях экстремумов, рассматриваются обобщения задачи с закрепленными концами на функционалы более общего вида, рассматриваются вариационные задачи с подвижными границами и задачи на условный экстремум.

Во второй части курса изучаются линейные интегральные уравнения Фредгольма с симметричным ядром, свойства собственных функций и собственных значений задачи Штурма-Лиувилля. Изучаются интегральные уравнения Фредгольма второго рода с вырожденным ядром, интегральные уравнения Вольтерра второго рода. Рассматриваются интегральные уравнения Фредгольма первого рода, методы регуляризации.

Задачами освоения дисциплины являются:

- формирование общепрофессиональной компетенции ОПК-2
- ознакомление с основными задачами вариационного исчисления;
- исследование функционала на экстремум в рамках поставленной вариационной задачи;
- освоение методов решений интегральных уравнений.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» входит в базовую часть дисциплин, формирующих ОК и ОПК. Содержательная часть производственной деятельности бакалавра направлена на научно-исследовательскую и научно-инновационную сферу. В рамках этих направлений дисциплина предполагает изучение методов вариационного исчисления и интегральных уравнений.

Дисциплина следует за дисциплинами «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения» и является основополагающей для последующих базовых учебных, а также для специальных курсов. Эта дисциплина является основой для курса «Теоретическая механика» и «Электродинамика».

От слушателей требуются следующие предварительные знания и навыки из курсов функционального анализа и линейной алгебры: решение

дифференциальных уравнений высших порядков, дифференцирование и интегрирование функций одной переменной, свойства определенных интегралов, вычисление и свойства частных производных и дифференциалов функций многих переменных первого и высших порядков, алгебраические операции над матрицами, вычисление собственных чисел и собственных векторов квадратных матриц, общие свойства линейных пространств и линейных операторов.

4. Объем дисциплины: 3 зачетных единиц, 108 академических часов, **в том числе контактная работа:** лекции 19 часов, практические занятия 38 часов; **самостоятельная работа:** 51 час.

В учебном плане 2014 г.н. **объем дисциплины:** 3 зачетных единицы, 108 академических часов, **в том числе контактная работа:** лекции 18 часов, практические занятия 36 часов; **самостоятельная работа:** 54 часа.

5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p>ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</p>	<p>Владеть: применять методы вариационного исчисления и интегральных уравнений при решении задач, типичных для естественно-научных и профессиональных дисциплин; Уметь: использовать математический аппарат вариационного исчисления для поиска экстремума функционала, уметь использовать полученные понятия и методы при решении интегральных уравнений; Знать: основные определения, формулировки и доказательства основных теорем; основные задачи вариационного исчисления; наиболее важные методы интегрирования отдельных типов уравнений Фредгольма и Вольтерра; необходимые и достаточные условия экстремума (сильного и слабого) функционалов, задачи на условный экстремум, задачи с закрепленными и с подвижными границами.</p>

6. Форма промежуточной аттестации - зачет (4 семестр).

В учебном плане 2014 г.н. **форма промежуточной аттестации** – экзамен.

7. Язык преподавания – русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

1. Для студентов очной формы обучения

Учебная программа–наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)
		Лекции	Практические занятия	
Введение. Основные понятия. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.	5	1	2	2
Уравнение Вольтерра I и II-ого рода.	9	1	4	4
Уравнение Фредгольма I и II-ого рода.	10	2	4	4
Собственные значения и собственные функции однородного уравнения Фредгольма.	6	2	2	2
Интегральные преобразования Лапласа и Фурье.	9	1	2	6
<i>Промежуточное аттестационное занятие</i>				
Основные понятия вариационного исчисления.	6	1	3	2
Уравнение Эйлера. Экстремали. Основные случаи интегрируемости уравнения Эйлера	9	2	5	2
Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.	8	2	2	4
Функционалы, содержащие производные порядка выше 1-ого. Функционалы, зависящие от нескольких функций.	11	2	3	6
Многомерные вариационные задачи.	9	2	2	5
Достаточные условия экстремума функционала.	7	1	2	4
Задача с подвижными границами. Условие трансверсальности.	8	1	3	4
Вариационные задачи на условный экстремум	9	1	2	6
<i>Промежуточное аттестационное занятие</i>	2		2	
ИТОГО:	108	19	38	51

III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

- Примеры практических задач;
- Вопросы для самостоятельного изучения;
- Вопросы для зачета.

IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» участвует в формировании общепрофессиональной компетенции ОПК-2 «способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей».

Форма проведения промежуточного контроля: студенты, освоившие программу курса «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» могут получить зачет по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положения о рейтинговой системе обучения и оценки качества учебной работы студентов ТвГУ» (протокол №4 от 25 октября 2017 г.). Максимальная сумма баллов, которые можно получить за семестр 100.

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то зачет сдается согласно «Положения о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) студентов ТвГУ» (протокол №4 от 25 октября 2017 г.).

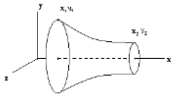
На полусеместровой и семестровой аттестации используются контрольные работы (5 задач).

ПРИМЕР ЗАДАНИЯ:

1 вариант
1. Найти экстремали в задачах со свободными концами: $V[y] = \int_1^2 (yy' - x^2 y'^2) dx$
2. Построить функцию Грина: $y''=f(x), y(-1)=y(1)=0, -1 \leq x \leq 1$
3. Определить собственные функции и собственные значения интегрального уравнения: $y(x) = \lambda \int_0^\pi (s(x-1) + x(s-1)) y(s) ds$
4. Построить резольвенту для следующих ядер: $K(x,s)=xe^s, a=-1, b=1$
5. Построить резольвенту интегрального уравнения Вольтерра 2-ого рода и найти его решение при $\lambda=1$: $y(x) = \lambda \int_0^x e^{-(x-s)} y(s) ds + xe^{x^2/2}$

Шкала оценивания: Максимальная возможная оценка за модуль составляет 50 баллов. Она складывается из оценки уровня знаний (максимум 20 баллов), умений (максимум 15 баллов) и владений (максимум 15 баллов).

1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-2 («способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей»).

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания		
Начальный владеть	<p>Задание для проверки сформированности владений:</p> <p><u>Задачи типа:</u></p> <p>№1 Найти экстремальные кривые функционала:</p> $I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + y'^2(x)} dx,$ <p>№2 Найти экстремальную кривую, соответствующую минимальной площади поверхности вращения (рис.1).</p>  <p>Рис.1</p> $S[y(x)] = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} y(x) \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$	<p>Второй уровень (2 балла по каждому критерию)</p> <p>Владеет методами решения интегральных уравнений и задач вариационного исчисления. Владеет теоретическим материалом и навыками обработки полученных в ходе решения результатов. Проводит анализ полученного решения.</p>	<p>Первый уровень (1 балл по каждому критерию)</p> <p>Владеет методами решения интегральных уравнений и задач вариационного исчисления. Владеет методами анализа и обработки полученных результатов. Использует приобретенные знания и умения при решении физических задач.</p>	
Начальный Уметь	<p>Задания для проверки сформированности умений:</p> <p><u>Задачи типа:</u></p> <p>№1 Найти экстремали следующего функционала</p> $f(x) = \int_0^1 (x^2 + 2\dot{x}^2 + \ddot{x}^2) dt,$ <p>удовлетворяющие условиям: $x(0) = 0, x(1) = \text{sh}1, \dot{x}(0) = 0, \dot{x}(1) = e$</p>	<p>Высокий уровень (3 балла по каждому критерию)</p> <p>Умеет составлять алгоритм выполнения поставленной задачи с учетом классификации типов уравнений и методов их решения, правильно</p>	<p>Средний уровень (2 балла по каждому критерию)</p> <p>Умеет составлять алгоритм выполнения поставленной задачи с учетом классификации типов уравнений и методов их решения, правильно</p>	<p>Низкий уровень (1 балл по каждому критерию)</p> <p>Имеет представление о алгоритме выполнения поставленной задачи с учетом классификации типов уравнений и методов их решения,</p>

	№2. Найти кратчайшее расстояние от т.А(1,1) до эллипса $4x^2+9y^2=36$	обосновывая принятое решение.	обосновывая принятое решение. Выполняет стандартный порядок действий необходимый для решения задачи. Допускает незначительные фактические ошибки.	правильно обосновывая принятое решение, но затрудняется при объяснении их сути и/или допускает фактические ошибки, не искажающие общего смысла.
Начальный знать	Задания для проверки сформированности знаний:	Высокий уровень (3 балла по каждому критерию)	Средний уровень (2 балла по каждому критерию)	Низкий уровень (1 балл по каждому критерию)
	<u>Задачи типа:</u> №1 Найти вариацию функционала $V[y] = \int_0^{\pi} y' \cos y dx$ №2 Найти экстремали в вариационной задаче, используя частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера: $V[y] = \int_0^4 (y + \frac{y^3}{3}) dx,$ $y(0)=-2, \quad y(4)=0$	Знает терминологию, основные понятия и определения, математические методы теории вариационного исчисления и интегральных уравнений, осуществляет основные алгоритмы решения и (или) выбор частного решения.	Знает терминологию, основные понятия и определения, математические методы теории вариационного исчисления и интегральных уравнений, осуществляет основные алгоритмы решения и (или) подбор частного решения. Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла.	Знает терминологию, основные понятия и определения, математические методы теории вариационного исчисления и интегральных уравнений. Имеет отрывочные знания о задачах вариационного исчисления и интегральных уравнений И/ИЛИ Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла.
Промежуточные владеть	Задание для проверки сформированности владений:	Второй уровень (2 балла по каждому критерию)		Первый уровень (1 балл по каждому критерию)
	<u>Задачи типа:</u> №1 Получить уравнения колебаний струны, считая, что плотность потенциальной энергии элемента струны	Владеет глубокими теоретическими основами интегральных уравнений и вариационного		Владеет необходимыми теоретическими основами интегральных уравнений и вариационного исчисления; соответствующим

	<p>пропорциональна его отношению к удлинению.</p> <p>№2 Исследовать на экстремум функционалы в задаче с закрепленными концами (найти экстремали и проверить достаточные условия каким-либо способом):</p> $V[y] = \int_0^1 (e^y y'^2) dx$ <p>$y(0)=0, y(1)=\ln 4$</p>	<p>исчисления; навыками применения методов интегральных уравнений и вариационного исчисления при решении стандартных задач и в научно-исследовательской работе.</p>	<p>математическим аппаратом решения интегральных уравнений и задач вариационного исчисления. Владеет необходимыми навыками и приемами при выполнении стандартных и научно-исследовательских задач.</p>		
Промежуточные Уметь	<p>Задания для проверки сформированности умений:</p>	<p>Высокий уровень (3 балла по каждому критерию)</p>	<p>Средний уровень (2 балла по каждому критерию)</p>	<p>Низкий уровень (1 балл по каждому критерию)</p>	
	<p><u>Задачи типа:</u></p> <p>№1 Среди всех кривых, соединяющих точки (-1, ch1) и (1, ch1), определить ту, которая при вращении вокруг оси Ox образует поверхность наименьшей площади.</p> <p>№2 Построить резольвенту интегрального уравнения Вольтерра 2-ого рода и найти его решение при $\lambda=1$:</p> $y(x) = \lambda \int_0^x e^{-(x-s)} y(s) ds + x e^{x^2/2}$	<p>Составляет алгоритм выполнения поставленной задачи, свободно классифицирует основные понятия, определения и законы, которые используются в данном разделе дисциплины. Умеет решать классические задачи физики с помощью интегральных уравнений и классических задач вариационного исчисления.</p>	<p>Составляет алгоритм выполнения поставленной задачи, свободно применяет основные определения и законы в поставленной задаче. Выполняет стандартный порядок действий необходимый для решения задачи и принятия необходимого решения. Допускает незначительные фактические ошибки.</p>	<p>Выполняет определенный порядок действий, необходимый для решения данного уравнения. Имеет представление о алгоритме выполнения поставленной задачи, основных определений и законов, но затрудняется при объяснении их сути и/или допускает фактические ошибки, не искажающие общего смысла.</p>	
Промежуточные Знать	<p>Задания для проверки сформированности знаний:</p>	<p>Высокий уровень (3 балла по каждому критерию)</p>	<p>Средний уровень (2 балла по каждому критерию)</p>	<p>Низкий уровень (1 балл по каждому критерию)</p>	
	<p><u>Задачи типа:</u></p> <p>№1 Построить резольвенту для следующих ядер:</p>	<p>Знает теоретические основы дисциплины. Понимает постановку</p>	<p>Знает теоретические основы дисциплины. Понимает постановку</p>	<p>Основные понятия и определения интегральных уравнений и вариационного</p>	

	$K(x,s)=xe^s$, $a=-1$, $b=1$ №2 Проверить выполнимость условия Якоби: $V[y] = \int_{-1}^1 (12xy + y^{1/2} + x^2) dx$, $y(-1)=-2$, $y(1)=0$	задачи, знает методы решения задач и качественного анализа в рамках дисциплины.	задачи, знает методы решения задач и качественного анализа в рамках дисциплины.. Допускает незначительные фактические ошибки.	исчисления, формулировки и доказательства теорем И/ИЛИ Допускает несущественные фактические ошибки, не искажающие общего смысла..
--	--	---	---	---

V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература:

1. Васильева А. Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс]: учеб. — СПб.: Лань, 2009. — 160 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
2. Петрушко И. М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие. — СПб.: Лань, 2008. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/306>.
3. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения [Электронный ресурс]: учеб. пособие. — СПб.: Лань, 2010. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/537>.

б) Дополнительная литература:

1. Хеннер В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс]: учеб. пособие. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96873>.
2. Рябенкий В. С. Введение в вычислительную математику. - М.: Физматлит, 2008. - 285 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68380>
3. Полянин, А.Д. Справочник по интегральным уравнениям [Электронный ресурс] : справ. / А.Д. Полянин, А.В. Манжиров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2278>

VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- 1) Научная библиотека ТвГУ – <http://library.tversu.ru>;
- 2) Электронно-библиотечная система Znanium.com – <http://znanium.com/>
- 3) Электронная библиотека ЮРАЙТ – <https://biblio-online.ru/>
- 4) Электронно-библиотечная система IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>
- 5) Электронно-библиотечная система издательства «Лань» – <https://lanbook.com/>
- 6) Электронно-библиотечная система BOOK.ru – <https://www.book.ru/>
- 7) Научная электронная библиотека eLibrary.ru: <https://elibrary.ru/> ;
- 8) Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru>.

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Занятия представляют собой лекции и практические занятия. Курс лекций направлен на ознакомление с соответствующим математическим аппаратом интегральных уравнений, вариационного исчисления и формирование теоретических основ изучаемой дисциплины.

Практические занятия призваны сформировать у студентов навыки и умения, направленные на анализ и классификацию интегральных уравнений и задач вариационного исчисления, методов их решения. На практических занятиях при выполнении поставленных задач формируется умение логически мыслить и способность к самостоятельному приобретению новых знаний в соответствии с профессиональными потребностями и интересами.

Примеры практических задач

1. Найти экстремали в задачах со свободными концами:

А) $V[y] = \int_1^2 (yy' - x^2 y^{1/2}) dx$

Б) $V[y] = \int_1^2 (2y - yy' + xy^{1/2}) dx$

2. Определить собственные функции и собственные значения интегрального уравнения

$$y(x) = \lambda \int_0^{\pi} (s(x-1) + x(s-1)) y(s) ds$$

3. Построить резольвенту для следующих ядер:

А) $K(x,s) = xe^s$, $a=-1$, $b=1$

Б) $K(x,s) = xs$, $a=-1$, $b=1$

4. Построить резольвенту интегрального уравнения Вольтерра 2-ого рода и найти его решение при $\lambda=1$:

А) $y(x) = \lambda \int_0^x e^{-(x-s)} y(s) ds + xe^{x^2/2}$

Б) $y(x) = \lambda \int_0^x a^{x-s} y(s) ds + (ae)^x$

5. Найти вариацию:

А) $V[y] = \int_0^1 (xy + y'^2) dx$

Б) $V[y] = \int_0^\pi y' \cos y dx$

6. Найти экстремали в вариационной задаче, используя частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера:

А) $V[y] = \int_0^1 (e^y + xy') dx$ $y(0)=0$ $y(2)=4$

Б) $V[y] = \int_0^4 (y + \frac{y^3}{3}) dx$, $y(0)=-2$, $y(4)=0$

7. Проверить выполнимость условия Якоби:

$$V[y] = \int_{-1}^1 (12xy + y'^2 + x^2) dx, \quad y(-1)=-2, \quad y(1)=0$$

8. Используя условие Лежандра, исследовать на экстремум функционал:

$$J[y] = \int_0^1 (y'^3 - 2y') dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=2$$

9. Найти экстремали следующих функционалов:

1.
$$\begin{cases} f(x) = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\dot{x}^2}{2} + e^{-t}\dot{x} + \frac{x^2}{2} + 2tx\dot{x} + t \right) dt, \\ x(0)=1, \quad x(\pi/2) = e^{-\pi/2}. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} f(x) = \int_0^{\pi/4} \left(\frac{\dot{x}^2}{2} + (2t^2 - 1)\dot{x} + (t-2)x^2 + t^2 x\dot{x} + 2tx \right) dt, \\ x(0)=1, \quad x(\pi/4) = -\pi/8. \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} f(x) = \int_0^\pi \left(\frac{\dot{x}^2}{2} + \dot{x} \cos t + \frac{(3t^2 + 16)x^2}{2} + t^3 x\dot{x} + 1 \right) dt, \\ x(0)=0, \quad x(\pi) = \operatorname{sh} 4\pi. \end{cases}$$

10. Найти экстремали функционалов вида:

А) $V[y, z] = \int_{-1}^1 (2xy - y'^2 + \frac{z'^3}{3}) dx$, $y(1)=0$, $y(-1)=2$, $z(1)=1$, $z(-1)=-1$

Б) $V[y, z] = \int_{1/2}^1 (y'^2 - 2yz') dx$ $y(1/2)=2$, $y(1)=1$, $z(1/2)=15$, $z(1)=1$

11. Найти экстремали функционалов вида:

А) $V[y] = \int_{x_1}^{x_2} (y''^2 + y^2 - 2yx^3) dx$

Б) $V[y] = \int_{x_1}^{x_2} (y''^2 - 2y'^2 + y^2 - 2y \sin x) dx$

12. Исследовать функционал на экстремум:

А) $V[y] = \int_1^2 \frac{x^3}{y^{1/2}} dx,$ $y(1)=1, \quad y(2)=4$

Б) $V[y] = \int_{-1}^2 y'(1+x^2y') dx,$ $y(-1)=1, \quad y(2)=4$

13. Найти характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения:

$$\varphi(x) - \lambda \int \sin^2(x)\varphi(t) dt = 0.$$

14. Составить уравнение Вольтерра, соответствующее задаче Коши:

$$y'' + xy + y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1$$

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Функционалы в линейном пространстве. Близость кривых. Непрерывность функционала.
2. Основные понятия вариационного исчисления. Вариация и ее свойства.
3. Уравнение Эйлера. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Примеры.
4. Инвариантность уравнения Эйлера.
5. Поле экстремалей
6. Достаточное условие экстремума функционала.
7. Условный экстремум. Задача Лагранжа.
8. Изопериметрические задачи.
9. Уравнение Вольтерра.
10. Неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода.
11. Уравнение Фредгольма с вырожденными ядрами
12. Собственные функции и собственные значения однородного уравнения Фредгольма.
13. Теоремы Фредгольма.
14. Резольвента. Решение уравнений с помощью резольвенты.
15. Решение уравнений Фредгольма с помощью определителей Фредгольма.
16. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.
17. Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.
18. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений.
19. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.
20. Метод регуляризации А.Н. Тихонова.

Вопросы для зачета:

1. Функционалы в линейном пространстве.
2. Основные понятия вариационного исчисления. Вариация и ее свойства.

3. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Примеры.
4. Необходимые условия экстремума для функционала, зависящего от нескольких функций.
5. Необходимые условия экстремума для функционала, содержащего производные высших порядков.
6. Поле экстремалей. Условия возможности включения экстремали в поле экстремалей
7. Необходимые и достаточное условие экстремума функционала.
8. Вариационные задачи с подвижными концами. Постановка задачи. Условие трансверсальности. Трансверсальность и ортогональность.
9. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача.
10. Интегральные уравнения. Классификация И.У.
11. Интегральные уравнение Вольтерра.
12. Интегральные уравнение Фредгольма 2-го рода.
13. Интегральные преобразования Фурье и Лапласа.
14. Интегральные уравнение Фредгольма 1-го рода.

VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)

При изучении дисциплины применяются различные виды аудиторной работы (лекции, практические занятия, индивидуальное и групповое консультирование) в сочетании с внеаудиторной самостоятельной работой. При подготовке к занятиям, студенты могут использовать доступные электронные библиотечные системы и ресурсы Интернет.

IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория № 202Б (170002 Тверская обл., г.	1. Комплект учебной мебели на 25 посадочных мест. 2. Экран настенный 153x203 3. Переносной комплект	Adobe Acrobat Reader DC – бесплатно Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-

Тверь, Садовый пер., д. 35)	мультимедийной техники.	передачи № 369 от 21 июля 2017 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г. Google Chrome – бесплатно MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017
-----------------------------	-------------------------	--

Помещения для самостоятельной работы:

Наименование помещений	Оснащенность помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Компьютерный класс № 216 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)	Компьютеры. 12 посадочных мест. Комплект учебной мебели. Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Компьютер INT Allegro, монитор Benq 24" GL2460 Коммутатор D-Link DGS-1008D Коммутатор D-Link DGS-1008D Проектор Beng MW523 DLP с потолочным креплением, проекционный экран	MS Office 365 pro plus – Акт предоставления прав № Tr041167 от 24.08.2016; MS Windows 10 Enterprise – Акт предоставления прав № Sk000195 от 12.07.2016 Google Chrome – бесплатное ПО; JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3 – бесплатное ПО; NetBeans IDE 8.0.2 – бесплатное ПО; Notepad++ – бесплатное ПО; Python 3.4.3 – бесплатное ПО; Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64 bit) – бесплатное ПО; Microsoft Visual Studio Ultimate 2013 – Акт предоставления прав № Tr005222 от 02.02.2016; MS-SQL Server - – Акт предоставления прав № Tr005222 от 02.02.2016; My SQL Server – бесплатное ПО;

Помещения для самостоятельной работы:

Наименование помещений	Оснащенность помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Помещение для самостоятельной работы, учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, практики, Компьютерный класс физико-технического факультета. Компьютерная лаборатория робототехнических систем №4а (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Компьютер RAMEC STORM C2D 4600/160Gb/ 256mB/DVD-RW +Монитор LG TFT 17" L1753S-SF – 12 шт 2. Мультимедийный комплект учебного класса (вариант № 2) Проектор Casio XJ-M140, настенный проекц. экран Lumien 180*180. ноутбук Dell N4050. сумка 15,6", мышь 3. Коммутатор D-Link 10/100/1000mbps 16-port DGS-1016D 4. Видеокамера IP-FALCON EYE FE-IPC-BL200P, ОнЛайн Трейд ООО 5. Видеокамера IP-FALCON EYE FE-IPC-BL200P, ОнЛайн Трейд ООО 6. Демонстрационное оборудование комплект «LegoMidstormsEV3» 7. Комплект учебной мебели 	<p>Adobe Acrobat Reader DC - бесплатно Cadence SPB/OrCAD 16.6 - Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 Google Chrome - бесплатно Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit) - бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г. Lazarus 1.4.0 - бесплатно Lego MINDSTORM EV3 - бесплатно Mathcad 15 M010 - Акт предоставления прав IC00000027 от 16.09.2011 MATLAB R2012b - Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012 Microsoft Express Studio 4 - бесплатно MiKTeX 2.9 - бесплатно MPICH 64-bit – бесплатно MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK - бесплатно Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017</p>

Х. Перечень обновлений рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	Раздел IV	Реквизиты «Положения о рейтинговой системе обучения и оценки качества учебной работы студентов ТвГУ» и «Положения о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) студентов ТвГУ»	Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г.
2.	Раздел IX	Оснащенность аудиторного фонда для проведения учебных занятий и самостоятельной работы студентов согласно «Справки МТО ООП ...»	Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г.