

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.10.2023 09:45:21  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

А.А. Голубев

«16» 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Избранные вопросы дифференциального исчисления

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Преподавание математики и информатики**

Для студентов 4 курса

Форма обучения очная

Составитель:

к.ф.-м.н., доцент Голубев А.А.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование готовности использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа в будущей профессиональной деятельности.

Задачами дисциплины являются фундаментальная подготовка в области математического анализа функционального анализа и теории функций комплексного переменного; совершенствование умения применять математические методы в прикладных задачах; овладение математическим языком, на котором написаны многие разделы математики и физики.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Является дисциплиной, имеющей логические и содержательно–методологические взаимосвязи со следующими дисциплинами: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ. Курс полезен при изучении этих дисциплин и важен для подготовки учителя математики, поскольку позволяет получить более целостное представление о таком важном понятии математики как производная. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения дисциплинам: школьной математики, математического анализа и др.

Дисциплина изучается на 4 курсе (7 семестр).

**3. Объем дисциплины:** 4 зачетные единицы, 144 академических часа,

**в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** 68 часов,

в том числе: лекции 34 часов, в том числе практическая подготовка 0 часов;

практические занятия 34 часов, в том числе практическая подготовка 6 часов;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы 10 часов,

в том числе курсовая работа 10 часов;

**самостоятельная работа:** 66 часов, в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин
ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	<p>ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</p> <p>ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p> <p>ПК-2.3 Проектирует научное исследование в соответствии с задачами профессиональной деятельности</p>

## 5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения

курсовая работа (7 семестр), экзамен (7 семестр).

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоя- тельной работы (в том числе курсовая работа	Самостоя- тельная работа (в т.ч. контроль)
		Лекции		Практичес- кие занятия			
		всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>	всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>		
<p><b>Глава 1.</b> <b>Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b> Понятие дифферен- цируемости функции в точке. Эквивалентные определения. Произ- водная. Дифференци- ал. Геометрический смысл производной. Непрерывность диф- ференцируемой функ- ции. Односторонняя дифференцируемость. Дифференцируемость функции, заданной па- раметрически. Гладкие кривые. Дифференци- руемость элементар- ных функций. Диффе- ренцируемость компо- зиции. Дифференциру- емость и арифметиче- ские операции. Диф- ференцируемость об- ратной функции.</p>	12	2	0	2	0	0	8

2. Экстремум одномерной функции. Необходимые условия. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теоремы о конечных приращениях. Условия монотонности одномерной функции. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной.	12	2	0	2	0	0	8
3. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.	12	2	0	2	0	0	8
4. Высшие производные и дифференциалы. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.	10	4	0	2	0	0	4
5. Асимптоты. Применение производной к построению графиков функций.	22	2	0	4	0	10	6
<b>Глава 2. Дифференцирование функций многих переменных</b> 1. Понятие дифференцируемой функции многих переменных. Градиент. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Частные производные. Структура градиента. Дифференцируемость функции в случае непрерывности частных	12	4	0	4	0	0	4

<p>производных. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость и арифметические операции.</p> <p>Геометрический смысл градиента. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению.</p>							
<p>2. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формулы для вычисления дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора.</p>	12	4	0	4	0	0	4
<p>3. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.</p>	10	2	0	4	0	0	4
<p><b>Глава 3. Функции комплексного переменного. Конформные отображения</b></p> <p>1. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голоморфные функции. Критерий моногенности и ф.к.п. в точке, условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции.</p>	10	4	0	2	0	0	4
<p>2. Касательное отображение и якобиан</p>	10	4	0	2	0	0	4

дифференцируемого отображения. Локальное поведение дифференцируемого отображения с ненулевым якобианом. Локальное поведение голоморфного отображения. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции.							
3. Конформные отображения.	22	4	0	6	0	0	12
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>34</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>66</b>

### **III. Образовательные технологии**

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

#### ***Образовательные технологии***

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

#### ***Современные методы обучения***

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

#### ***1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации***

#### **Темы курсовых работ**

1. Дифференцируемость элементарных функций.
2. Дифференцируемость функции, заданной параметрически.
3. Экстремум одномерной функции.
4. Правило Лопиталья.
5. Формула Тейлора (функция одного переменного).
6. Применение производной к построению графиков функций.
7. Производные и дифференциалы высших порядков.
8. Формула Тейлора (функция многих переменных).
9. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению.
10. Локальный экстремум функции многих переменных.
11. Теорема о неявной функции. Отыскание производных неявных функций.
12. Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа.
13. Монотонные и голоморфные функции комплексного переменного.
14. Конформные отображения.
15. Дробно-линейная функция.

### *Задания на практических занятиях*

#### **Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

1. Приведите определение дифференцируемости функции в точке и производной функции в точке.
2. Укажите связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Приведите необходимые примеры.
3. Определите, является ли функции  $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{sign} x$  и  $f(x) = x \cdot \operatorname{sign} x$  дифференцируемыми в точке  $x = 0$ .
4. Найдите производные функции
  - 4.1.  $f(x) = \cos^2\left(12x + \frac{\pi}{12}\right)$
  - 4.2.  $f(x) = e^{2(x+1)^2}$ .
5. Приведите определение точек локального максимума и точек локального минимума функции.
6. Приведите примеры точек локального максимума и точек локального минимума функции. Покажите геометрическую интерпретацию.
7. Приведите примеры функций, не имеющих локальных экстремумов.
8. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
9. Сформулируйте достаточное условие экстремума.
10. Найдите точки экстремума функции  $f$ 
  - 10.1.  $f(x) = x^2(x-1)$
  - 10.2.  $f(x) = x \cdot |x-1|$
  - 10.3.  $f(x) = |x|e^{-x}$ .
11. найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f$  на промежутке  $\Delta$



11.1.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^4 - 1$ ,  $\Delta = [-1; 1]$       11.2.  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ ,  $\Delta = [-1; 1]$ .

### Дифференцирование функций многих переменных

1. Найдите  $\frac{\partial f(0,0,0)}{\partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = \begin{cases} z \cdot \sin \frac{1}{z} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, & z \neq 0, \\ 0, & z = 0 \end{cases}$

2. Найдите  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  и  $\frac{\partial f}{\partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = x^{x \cdot \ln yz}$

3. Найдите  $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = e^{xyz} \cdot \cos x$

4. Найдите  $df\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$  и  $d^2 f\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$  для функции

$$f(x, y, z) = z \cdot \sin xy + \frac{1}{y} \cdot \cos xz$$

5. Найдите касательную плоскость к функции  $f(x, y) = 1 + x^2 - y^2$ ,

параллельную плоскости  $p(x, y) = 1 - x + y$

6. Найдите точки локального экстремума функции

6.1  $f(x, y, z) = xy^2(1 - x - y - z)$

6.2  $f(x, y) = \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2}$

7. Найдите точки условного экстремума функции  $f$ , при заданных ограничениях.

7.1.  $f(x, y, z) = xy^2$ ,  $x + y = z$

7.2.  $f(x, y, z) = xy + z$ ,  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $x + y + z = 3$ .

### Функции комплексного переменного. Конформные отображения

1. Является ли функция  $w = ze^{2i\bar{z}}$  голоморфной в начале координат? Доказать голоморфность функций  $\sin z$  и  $\operatorname{ch} z$  на  $\mathbb{C}$ .

2. Восстановить голоморфную функцию по заданной ее реальной части  $u = x^3 - 3x^2y + 2x^2 - 2y^2 + e^x \sin y$ ,  $(x, y) \in \mathbb{C}$ .

3. Методом слоев найти образы верхнего единичного полуокруга при преобразованиях  $w = 1/z$ ,  $w = 1/\bar{z}$  и  $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ .

4. Найти общий вид мобиусовых преобразований верхней полуплоскости на себя, верхней полуплоскости на единичный круг, единичного круга на себя.

5. Какая часть плоскости сжимается при отображении  $w = \frac{z}{2z - 1}$ ? Какая часть плоскости растягивается при отображении  $w = e^{2iz}$ ?

### 2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения</p> <p><i>ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин</i></p>	<p>1. Решить 10 трудных задач, используя сборник для подготовки и проведения письменного экзамена по математике.</p> <p>2. Изложите методику преподавания некоторых из понятий, используемых при решении этих задач.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Формулировки корректны, детализированы в подпунктах, их количество позволяет раскрыть содержание темы по существу – 15–20 баллов</i></li> <li>• <i>Формулировки корректны, часть из них детализированы в подпунктах, их количество позволяет раскрыть содержание темы по существу</i> <i>ИЛИ</i> <i>Отдельные неточности в формулировках не искажают тему по существу – 8–14 баллов</i></li> <li>• <i>Разработка по существу является простой, формулировки отражают суть темы</i> <i>ИЛИ</i> <i>Наряду с корректными имеются ошибочные формулировки, искажающие отдельные аспекты темы – 1–7 баллов</i> <i>Разработка не соответствует указанным выше требованиям</i> <i>ИЛИ</i> <i>представляет набор абстрактных ормулировок не отражающих специфики содержания темы – 0 баллов</i></li> </ul>
<p>ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</p>	<p>1. Найдите точки условного экстремума функции <math>f</math>, при заданных ограничениях. <math>f(x, y, z) = xy^2, \quad x + y = z</math></p> <p>2. Приведите примеры точек локального максимума и точек</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Верно решает, анализирует рациональность выбранного метода, контролирует правильность полученных результатов, соотносит полученные результаты с общими принципами, самостоятельно получает</li> </ul>

<p>ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</p>	<p>локального минимума функции. Покажите геометрическую интерпретацию. 3. Является ли функция <math>w = ze^{2i\bar{z}}</math> голоморфной в начале координат? Дока-зять</p>	<p>недостающие знания из источников информации – 85-100%.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Выбирает метод решения задачи, решает задачу без ошибок, анализирует полученные результаты, ориентируется в источниках информации – 65-84%</li> </ul>
<p>ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p>	<p>голоморфность функций <math>\sin z</math> и <math>\operatorname{ch} z</math> на <math>\mathbb{C}</math>. 4. 2. Укажите связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Приведите необходимые примеры, доказательство.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Решает типовую задачу без ошибок, применяя предложенный метод, знает источник информации – 45-64%</li> </ul>
<p>ПК-2.3 Проектирует научное исследование в соответствии с задачами профессиональной деятельности</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Решает типовую задачу с ошибками – 20-44%</li> <li>• Не владеет – 0-19%</li> </ul>

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 444 с. — ISBN 978-5-507-45877-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/289001>

2. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / И. М. Петрушко, А. Г. Елисеев, В. И. Качалов, С. Ф. Кудин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-1064-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210425>

Решebник к сборнику задач по курсу математического анализа Бермана [Текст]. - Москва : Лань, 2011. - 608 с. - Электронный ресурс. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=674](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=674)

3. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной [Текст]: учебное пособие / под ред. И. М. Петрушко. - Москва: Лань, 2010. - 368 с. - Электронный ресурс. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=526](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=526)

#### б) Дополнительная литература:

1. Марон, И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной : учебное пособие / И. А. Марон. — 3-е

изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0849-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210134>

2. Дрожжин И. А. Аппроксимация непрерывных функций с ограничениями / И. А. Дрожжин; [науч. ред. к.ф.-м.н., проф. Н. Б. Тихомиров]; М-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВПО "Твер. гос. ун-т". - Тверь: Тверской государственный университет, 2014. - 86 с. - Библиогр. в конце книги (12 назв.). - Электронный ресурс. –Режим доступа: <http://texts.lib.tversu.ru/texts/09651nauch.pdf>

Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1274-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210809>

### 2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

### 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### Задания к экзамену

#### 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Приведите определение дифференцируемости функции в точке и производной функции в точке.
2. Укажите связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Приведите необходимые примеры.
3. Определите, являются ли функции  $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{sign} x$  и  $f(x) = x \cdot \operatorname{sign} x$  дифференцируемыми в точке  $x = 0$ .
4. Найдите производные функции
  - 4.1.  $f(x) = \cos^2\left(12x + \frac{\pi}{12}\right)$
  - 4.2.  $f(x) = e^{2(x+1)^2}$ .
5. Приведите определение точек локального максимума и точек локального минимума функции.
6. Приведите примеры точек локального максимума и точек локального минимума функции. Покажите геометрическую интерпретацию.
7. Приведите примеры функций, не имеющих локальных экстремумов.
8. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
9. Сформулируйте достаточное условие экстремума.
10. Найдите точки экстремума функции  $f$ 
  - 10.1.  $f(x) = x^2(x-1)$
  - 10.2.  $f(x) = x \cdot |x-1|$
  - 10.3.  $f(x) = |x|e^{-x}$ .
11. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f$  на промежутке  $\Delta$ 
  - 11.1.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^4 - 1$ ,  $\Delta = [-1; 1]$
  - 11.2.  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ ,  $\Delta = [-1; 1]$

#### 2. Дифференцирование функций многих переменных

1. Найдите  $\frac{\partial f(0,0,0)}{\partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = \begin{cases} z \cdot \sin \frac{1}{z} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, & z \neq 0, \\ 0, & z = 0 \end{cases}$
2. Найдите  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  и  $\frac{\partial f}{\partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = x^{x \cdot \ln yz}$
3. Найдите  $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z}$  для функции  $f(x, y, z) = e^{xyz} \cdot \cos x$
4. Найдите  $df\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$  и  $d^2 f\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$  для функции  $f(x, y, z) = z \cdot \sin xy + \frac{1}{y} \cdot \cos xz$
5. Найдите касательную плоскость к функции  $f(x, y) = 1 + x^2 - y^2$ , параллельную плоскости  $p(x, y) = 1 - x + y$

6. Найдите точки локального экстремума функции

$$6.1 \quad f(x, y, z) = xy^2(1-x-y-z) \qquad 6.2 \quad f(x, y) = \frac{2\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2}$$

7. Найдите точки условного экстремума функции  $f$ , при заданных ограничениях.

$$7.1. \quad f(x, y, z) = xy^2, \quad x + y = z$$

$$7.2. \quad f(x, y, z) = xy + z, \quad x^2 + y^2 = 2, \quad x + y + z = 3.$$

### 3. Функции комплексного переменного.

#### Конформные отображения

1. Является ли функция  $w = ze^{2i\bar{z}}$  голоморфной в начале координат? Доказать голоморфность функций  $\sin z$  и  $\operatorname{ch} z$  на  $\mathbb{C}$ .
2. Восстановить голоморфную функцию по заданной ее реальной части  $u = x^3 - 3x^2y + 2x^2 - 2y^2 + e^x \sin y$ ,  $(x, y) \in \mathbb{C}$ .
3. Методом слоев найти образы верхнего единичного полукруга при преобразованиях  $w = 1/z$ ,  $w = 1/\bar{z}$  и  $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ .
4. Найти общий вид мебиусовых преобразований верхней полуплоскости на себя, верхней полуплоскости на единичный круг, единичного круга на себя.
5. Какая часть плоскости сжимается при отображении  $w = \frac{z}{2z-1}$ ? Какая часть плоскости растягивается при отображении  $w = e^{2iz}$ ?

#### Вопросы к экзамену

1. Понятие дифференцируемости функции в точке. Эквивалентные определения. Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Односторонняя дифференцируемость.
2. Дифференцируемость функции, заданной параметрически. Гладкие кривые. Дифференцируемость элементарных функций. Дифференцируемость композиции. Дифференцируемость и арифметические операции. Дифференцируемость обратной функции.
3. Экстремум одномерной функции. Необходимые условия. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теоремы о конечных приращениях.
4. Условия монотонности одномерной функции. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной.
5. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталю.
6. Высшие производные и дифференциалы. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.

7. Асимптоты. Применение производной к построению графиков функций.
9. Дифференцируемость функции в случае непрерывности частных производных.
10. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость и арифметические операции. Геометрический смысл градиента. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению
11. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формулы для вычисления дифференциалов высших порядков.
12. Формула Тейлора.
13. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
14. Теорема о неявной функции. Отыскание производных неявных функций.
15. Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа.
17. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голоморфные функции (определения, примеры).
18. Формальные производные. Критерий моногенности и ф.к.п. в точке, условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции.
19. Касательное отображение и якобиан дифференцируемого отображения. Локальное поведение дифференцируемого отображения с ненулевым якобианом. Локальное поведение голоморфного отображения. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции.

### **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине (модулю) перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на

умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**5. Подготовка к экзамену.** При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости



учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## **VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

<b>Наименование специальных* помещений</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения.</b>
--	---	---

и помещений для самостоятельной работы	помещений для самостоятельной работы	Реквизиты подтверждающего документа
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 308а (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p><i>Комплект учебной мебели, интерактивная система.</i></p> <p><i>Комплект учебной мебели, CD-магнитола, компьютер: (системный блок + монитор), многофункциональный лазер. копир/принтер/сканер, видеоплеер, телевизор, DVD плеер.</i></p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p> <p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>

### VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического

			факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)