

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 09.03.2023 10:48:12  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП  
Смирнова О.В.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**«Линейная алгебра»**

Направление подготовки  
**38.03.05 Бизнес-информатика**

Профиль  
**«Бизнес-аналитика»**

Для студентов 1 курса очной формы обучения  
и 1 курса очно-заочной формы обучения

Составитель: Васильева Е.В.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Линейная алгебра» является формирование у обучающихся компетенций в области аналитической, научно-исследовательской и расчетно-экономической деятельности в части:

- ✓ применения математического аппарата для решения профессиональных задач выпускника;
- ✓ анализа данных, необходимых для решения конкретных экономических задач и подготовки аналитических отчетов;
- ✓ проведения расчетов экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующего субъекта.

Задачами освоения дисциплины являются формирование у обучающихся знаний, умений и навыков в области алгебраических методов, используемых для исследования, анализа и решения теоретических и практических проблем экономики.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана Блока 1 «Дисциплины» и направлена на формирование у обучающихся универсальных и общепрофессиональных компетенций.

Данная дисциплина логически и содержательно-методически связана с другими дисциплинами учебного плана, в частности с дисциплинами «Математический анализ», «Финансовая математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений», «Информационные технологии и системы в экономике». Предпосылками для изучения дисциплины являются знания и умения, полученные в ходе освоения предметов «Алгебра», «Геометрия», «Информатика» в общеобразовательной школе.

Освоение дисциплины «Линейная алгебра» является предшествующим для изучения дисциплин «Методы оптимальных решений», «Финансовая математика»,

«Статистика в Excel», «Моделирование рисков ситуаций», «Эконометрика» и других.

**3. Объем дисциплины:** 10 зачетных единиц, 360 академических часов, в том числе для очной формы обучения:

**контактная аудиторная работа:** лекции 35 часа, практические занятия 53 часа;

**самостоятельная работа:** 245 часов; часы, отводимые на контроль, 27 часов.

**в том числе для очно-заочной формы обучения:**

**контактная аудиторная работа:** лекции \_\_ часов, практические занятия \_\_ часа;

**самостоятельная работа:** \_\_ часов, часы, отводимые на контроль - \_\_ часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.1</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие
<b>ОПК-4</b> Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений	<b>ОПК-4.3</b> Применяет стандартные математические (в том числе, эконометрические) модели и методы для описания статистических зависимостей, выявления тенденций изменения экономических показателей, обнаружения в больших массивах данных ранее неизвестных закономерностей, необходимых для расчета прогнозных значений и принятия управленческих решений

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:**

**по очной форме** - зачёт в 1 семестре, экзамен во 2 семестре;

**по очно-заочной форме** – зачёт в \_\_ семестре, экзамен во \_\_ семестре.

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Для очной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)	
		Лекции		Практические занятия			Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка		
Тема 1. Системы векторов. N-мерное линейное векторное пространство	16	2		2		12	
Тема 2. Матрицы	28	4		4		20	
Тема 3. Определители	26	2		4		20	
Тема 4. Системы линейных уравнений	40	4		8		28	
Тема 5. Линейные операторы	26	2		4		20	
Тема 6. Собственные векторы линейных операторов	20	2		2		16	
Тема 7. Квадратичные формы	16	2		4		10	

Тема 8. Аналитическая геометрия на плоскости	36	2		4			30
Тема 9. Аналитическая геометрия в пространстве	37	3		4			30
Тема 10. Основы линейного программирования	115	12		17			86
ИТОГО	360	35		53			272

Для очной-заочной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)	
		Лекции		Практические занятия			Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка		
Тема 1. Системы векторов. N-мерное линейное векторное пространство							
Тема 2. Матрицы							
Тема 3. Определители							

Тема 4. Системы линейных уравнений							
Тема 5. Линейные операторы							
Тема 6. Собственные векторы линейных операторов							
Тема 7. Квадратичные формы							
Тема 8. Аналитическая геометрия на плоскости							
Тема 9. Аналитическая геометрия в пространстве							
Тема 10. Основы линейного программирова ния							
ИТОГО							

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Тема 1. Системы векторов. N-мерное линейное векторное пространство	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 2. Матрицы	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 3. Определители	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 4. Системы линейных уравнений	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии

Тема 5. Линейные операторы	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 6. Собственные векторы линейных операторов	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 7. Квадратичные формы	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 8. Аналитическая геометрия на плоскости	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 9. Аналитическая геометрия в пространстве	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии



	Практические занятия	Групповая работа, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии
Тема 10. Основы линейного программирования	Лекции	Традиционная лекция, лекция-визуализация, дистанционные образовательные технологии
	Практические занятия	Групповая работа, работа в командах, решение задач, информационные технологии, дистанционные образовательные технологии

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

##### **Оценочные материалы для проведения текущей аттестации**

##### ***Контрольные вопросы, 1 семестр:***

1. Понятие матрицы. Виды матриц (матрица-строка, матрица-столбец, квадратная, диагональная, единичная, нулевая, верхняя треугольная, нижняя треугольная).
2. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, сложение матриц, вычитание матриц,) и их свойства.
3. Операции над матрицами (транспонирование матрицы, умножение матриц, возведение в степень обращение матрицы) и их свойства.
4. Понятие определителя квадратной матрицы. Обозначения.
5. Понятие минора, алгебраического дополнения элемента матрицы.
6. Правило расчета определителя 2-го порядка.
7. Правила расчета определителя 3-го порядка (правило треугольников, правило Саррюса, правило разложения по элементам строки или столбца).
8. Теорема Лапласа (правило расчета определителя любого порядка  $n$ ).

9. Свойства определителей.
10. Понятие невырожденной матрицы.
11. Определение обратной матрицы.
12. Условие существования обратной матрицы.
13. Расчет обратной матрицы по формуле с помощью присоединенной матрицы.
14. Матричный метод решения СЛАУ (при  $m=n$ ).
15. Метод Крамера решения СЛАУ (при  $m=n$ ).
16. Метод Гаусса решения СЛАУ.
17. Теорема о существовании решения СЛАУ.
18. Метод Жордана – Гаусса решения СЛАУ. Понятие базисных, свободных переменных, базисных решений.
19. Понятие системы  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными и ее решения.
20. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы.
21. Равносильные системы.
22. Матричная форма записи СЛАУ. Понятие матрицы системы.
23. Методы решения СЛАУ.
24. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными и ее решение с использованием обратной матрицы.
25. Решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными методом Крамера.
26. Решение системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными методом Гаусса. Понятие расширенной матрицы. Эквивалентные преобразования расширенной матрицы. Прямой и обратный ход метода Гаусса.
27. Понятие квадратичной формы. Каноническая квадратичная форма.
28. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

### ***Контрольные вопросы, 2 семестр:***

1. Способы задания прямой линии на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой.
2. Способы задания плоскости в пространстве: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости.
3. Математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП).
4. Понятия целевой функции, системы ограничений, допустимого решения, оптимального решения ЗЛП.
5. Постановка задачи оптимального планирования производства продукции.
6. Постановка задачи о составлении рациона (задачи о диете).
7. Постановка транспортной задачи как специальной ЗЛП.
8. Стандартная форма ЗЛП с двумя переменными.
9. Теоремы о множестве решений линейного неравенства, совместной
10. Геометрическая интерпретация замкнутого многоугольника решений, неограниченной многоугольной области решений, пустого множества решений (при  $n=2$ ).
11. Понятие линии уровня и вектора нормали целевой функции (при  $n=2$ ). Правила их построения.
12. Нахождение оптимального решения ЗЛП графическим методом с помощью вектора нормали и линии уровня целевой функции (при  $n=2$ ).
13. Геометрическая интерпретация единственного оптимального решения, множества оптимальных решений, отсутствия оптимальных решений при графическом методе решения ЗЛП.
14. Алгоритм графического метода решения задачи линейного программирования.
15. Основная теорема линейного программирования (теорема о соотношении оптимального решения ЗЛП и угловых точек множества допустимых решений ЗЛП).

16. Понятие допустимого базисного решения (ДБР). Теорема о соответствии ДБР и угловых точек многогранника решений.
17. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Суть алгоритма симплекс-метода решения ЗЛП.
18. Понятие пары двойственных задач. Виды пар двойственных задач.
19. Экономическая интерпретация переменных двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
20. Экономическая интерпретация двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
21. Первая теорема двойственности и ее экономический смысл.
22. Вторая теорема двойственности и ее экономический смысл.
23. Понятие устойчивости оптимального решения ЗЛП.

*Шкала оценки ответов на контрольные вопросы:*

- ✓ Ответ на вопрос правильный и полный – 1 балл.
- ✓ Ответ на вопрос по сути правильный, но содержит незначительные неточности – 0,7 балла.
- ✓ Ответ на вопрос содержит значительные неточности – 0,5 балла.
- ✓ Ответ на вопрос неполный и содержит значительные неточности – 0,3 балла.
- ✓ Ответ не отражает сути понятия, ответ не дан вообще или ответ свидетельствует о непонимании вопроса – 0 баллов.

**Типовые задачи, 1 семестр:**

Контрольные задания по темам 1 и 2:

1) Даны векторы в пространстве  $\mathbb{R}^3$ :

$$b = (-2; 4; 7), a_1 = (0; 1; 2), a_2 = (1; 0; 1), a_3 = (-1; 2; 4);$$

- а) показать, что векторы  $a_1, a_2, a_3$  образуют базис в пространстве  $\mathbb{R}^3$ ,
- б) найти разложение вектора  $b$  по базису  $a_1, a_2, a_3$ .

в) вычислить скалярное произведение векторов  $\alpha_1, \alpha_2$ ,

г) вычислить косинус угла между векторами  $\alpha_1, \alpha_2$ .

2) Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Вычислить

а) матрицу  $A^3$ ,

б) матрицу  $A^T - 4A + 2E$ ,

в) матрицу  $X$  такую, что  $AX = E$ .

Контрольные задания по теме 3:

1) Вычислить матричное выражение:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}^T$$

2) Дана матрица  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти определитель матрицы  $B$  двумя способами:

а) по правилу треугольников, б) с помощью преобразования к треугольному виду.

3) Найти определитель матрицы  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

*Указание:* определитель 4-го порядка преобразовать с целью получения строки или столбца с тремя нулевыми элементами, затем вычислить определитель с помощью разложения по элементам этой строки (столбца).

4) Решить уравнение: 
$$\begin{vmatrix} x+4 & 1 & 1 \\ 0 & x & 2 \\ 0 & 1-x & x \end{vmatrix} = 0$$

Контрольные задания по теме 4:

- 1) Определить ранг матрицы  $A$ , приведя ее к треугольному или ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 2) Решить систему линейных уравнений двумя способами:  
а) матричным методом с помощью обратной матрицы,  
б) методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

- 3) Дана система линейных уравнений с двумя переменными.

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ cx - y = d \end{cases}$$

Привести значения параметров  $c$  и  $d$ , при которых система является

- а) несовместной, б) совместной определенной, с) совместной неопределенной.

Решить совместную определенную систему и построить график для иллюстрации решения.

Контрольные задания по темам 4, 5, 7:

- 1) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

- 2) Найти для данной системы линейных уравнений:

- а) число сочетаний базисных переменных (число базисных решений),  
б) все сочетания базисных переменных,  
в) 3 базисных решения с помощью метода Жордана – Гаусса (выполнить в табличной форме).

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12, \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + x_5 = 9. \end{cases}$$

3) Найти собственные значения и собственные векторы матрицы А.  
Выполнить проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4) Представить матрицу квадратичной формы. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму:

$$f(X) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 - 4x_1x_3 + 5x_3^2.$$

### **Типовые задачи, 2 семестр:**

Контрольные задания по теме 10:

1) Постройте математическую модель задачи с описанием переменных, целевой функции и ограничений.

а) задача оптимального планирования производства продукции:

Для изготовления двух видов продукции используется 3 типа сырья, запасы которого и нормы расхода на единицу продукции заданы в таблице.

Вид продукции	Тип сырья			Прибыль (ден. ед.)
	I	II	III	
Продукция I	8	2	4	43
Продукция II	2	4	7	75
Запасы сырья, ед.	20	95	83	

Составить план производства продукции, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль.

б) задача о составлении рациона (задачи о диете):

В суточный рацион птиц включают два продукта питания Продукт<sub>1</sub> и Продукт<sub>2</sub>, причем в дневном рационе Продукта<sub>1</sub> должно быть не более 200 ед.

Стоимость одной единицы Продукта<sub>1</sub> составляет 20 ден.ед., Продукта<sub>2</sub> – 40 ден.ед. Содержание питательных веществ А, В в одной единице каждого продукта, минимальные суточные нормы потребления указаны в таблице.

Питательное вещество	Минимальная норма потребления, ед/день	Содержание питательных веществ в 1 ед. продукта	
		Продукт <sub>1</sub>	Продукт <sub>2</sub>
А	240	0,4	0,4
В	320	0,8	0,4

Определить оптимальный рацион питания (количество каждого продукта питания), стоимость которого будет наименьшей при соблюдении суточных норм потребления питательных веществ.

2) Решите ЗЛП графическим методом: построение области допустимых решений (ОДР), вектора нормали и линии уровня целевой функции; нахождение точек минимума и максимума целевой функции.

$$f(x) = -5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2 \end{cases}$$

3) Дана задача линейного программирования (ЗЛП).

$$Z = 3x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 70x_2 \leq 570, \\ 20x_1 + 50x_2 \leq 420, \\ 40x_1 + 10x_2 \leq 600, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

1. Приведите ЗЛП к каноническому виду и найдите начальное допустимое базисное решение (ДБР).

2. Выполните анализ оптимальности ДБР по итерации в симплекс-таблице двойственных переменных. Представьте ДБР.



Базис	B	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_2$	8	0	1	$1/45$	$1/90$	0
$x_1$	1	1	0	$-1/18$	$7/90$	0
$x_5$	480	0	0	2	-3	1
$z$	67	0	0	$-1/90$	$-13/90$	0

3. Выполните анализ двойственных переменных по представленной симплекс-таблице.

4. Постройте двойственную задачу для данной ЗЛП. Опишите экономический смысл двойственной задачи.

5. Оптимальное решение ЗЛП:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 8$ . Выполните анализ оптимального решения с помощью теории двойственности.

6. Проиллюстрируйте 1 теорему двойственности.

7. Проиллюстрируйте 2 теорему двойственности.

8. Проиллюстрируйте 3 теорему двойственности.

*Шкала оценки выполнения задач:*

- ✓ Задание выполнено в полном объеме без ошибок – 5 баллов.
- ✓ При выполнении задания допущена 1 незначительная ошибка – 4 балла.
- ✓ При выполнении задания допущены 2 незначительные ошибки – 3 балла.
- ✓ При выполнении задания допущено больше 2 незначительных ошибок или имеются существенные ошибки – 2 балла.
- ✓ Задание практически не выполнено – 1 балл.
- ✓ Задание не выполнено – 0 баллов.

**Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации**

*Планируемый результат по УК-1* способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач:

УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.

*Планируемые результаты по ОПК-2* способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач:

ОПК-2.2 Применяет стандартные математические (в том числе, эконометрические) модели для описания экономических зависимостей, выявления тенденций изменения экономических показателей и расчета их прогнозных значений.

***1 семестр. Типовое контрольное задание*** на зачёте по дисциплине «Линейная алгебра» состоит из двух частей:

*1 часть* – два теоретических вопроса по темам дисциплины.

*2 часть* – практическое задание с обоснованием применяемого метода решения и пояснением основных понятий.

***Примерные теоретические вопросы:***

1. Понятие матрицы. Виды матриц (матрица-строка, матрица-столбец, квадратная, диагональная, единичная, нулевая, верхняя треугольная, нижняя треугольная).
2. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, сложение матриц, вычитание матриц,) и их свойства.
3. Операции над матрицами (транспонирование матрицы, умножение матриц, возведение в степень обращение матрицы) и их свойства.
4. Понятие определителя квадратной матрицы. Обозначения.
5. Понятие минора, алгебраического дополнения элемента матрицы.
6. Правило расчета определителя 2-го порядка.
7. Матричный метод решения СЛАУ (при  $m=n$ ).
8. Метод Крамера решения СЛАУ (при  $m=n$ ).

9. Метод Гаусса решения СЛАУ.
10. Теорема о существовании решения СЛАУ.
11. Метод Жордана – Гаусса решения СЛАУ. Понятие базисных, свободных переменных, базисных решений.

**Примерные задания:**

*Задание 1.*

Даны матрицы  $A_{m \times n}$ ,  $B_{m \times n}$ ,  $C_{m \times n}$  выручки фирмы за январь, февраль, март соответственно, где  $m$  – число товарных позиций,  $n$  – количество магазинов. Найти суммарную выручку за 1 квартал и проанализировать динамику показателя за три месяца.

$$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

*Задание 2.*

Найти определитель матрицы  $A$ , минор и алгебраическое дополнение к элементам матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 12 & 0 \\ 2 & 8 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 14 & 10 \end{pmatrix}, M_{22}, A_{32}.$$

*Задание 3.*

Построить математическую модель текстовой экономической задачи в виде системы линейных алгебраических уравнений. Дать описание переменных и уравнений. Исследовать на разрешимость и решить систему уравнений методом Гаусса. Представить толкование результатов в контексте исходных условий задачи:

Предприятие располагает ресурсами двух видов в объемах 120 ед. и 80 ед. соответственно. Эти ресурсы используются для выпуска

продукции А и В, причем расход на изготовление единицы продукции вида А составляет 2 ед. ресурса первого вида и 2 ед. ресурса второго вида, продукции вида В- 3 ед. ресурса первого вида и 1 ед. ресурса второго вида. Найти план выпуска продукции А и В, при котором запасы ресурсов расходуются полностью без остатков, если такой план существует.

***Шкала оценки степени сформированности компетенций обучающихся на промежуточной аттестации в рамках рейтинговой системы (по очной форме обучения)***

Контрольное задание на зачете	Индикаторы	Количество рейтинговых баллов
Часть 1	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.	20
Часть 2	ОПК-4.3 Применяет стандартные математические (в том числе, эконометрические) модели и методы для описания статистических зависимостей, выявления тенденций изменения экономических показателей, обнаружения в больших массивах данных ранее неизвестных закономерностей, необходимых для расчета прогнозных значений и принятия управленческих решений	20
Итого		40

Шкала оценивания соотнесена с рейтинговыми баллами.

***Шкала оценки степени сформированности компетенций обучающихся на промежуточной аттестации по 5-ти балльной системе (по очно-заочной, заочной форме обучения)***

Контрольное задание на зачете	Оценка «не зачтено»	Оценка «зачтено»

Часть 1	Даны полные и правильные ответы на теоретические вопросы, практическое задание не выполнено;	Даны полные и правильные ответы на теоретические вопросы, практическое задание выполнено правильно;
Часть 2	при ответе на теоретические вопросы допущены неточности, практическое задание не выполнено; при ответе на теоретические вопросы допущены существенные неточности, практическое задание выполнено не в полном объеме.	при ответе на теоретические вопросы допущены неточности, практическое задание выполнено правильно; даны полные и правильные ответы на теоретические вопросы, практическое задание выполнено не в полном объеме; при ответе на теоретические вопросы допущены неточности, практическое задание выполнено не в полном объеме.

Форма проведения промежуточной аттестации: устная или письменная.

**2 семестр. Типовое контрольное задание** на экзамене по дисциплине «Линейная алгебра» состоит из двух частей:

*1 часть* – два теоретических вопроса по темам дисциплины.

*2 часть* – практическое задание с обоснованием применяемого метода решения и пояснением основных понятий.

***Примерные теоретические вопросы:***

1. Математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП).
2. Понятия целевой функции, системы ограничений, допустимого решения, оптимального решения ЗЛП.
3. Постановка задачи оптимального планирования производства продукции.
4. Постановка задачи о составлении рациона (задачи о диете).
5. Постановка транспортной задачи как специальной ЗЛП.
6. Понятие пары двойственных задач. Виды пар двойственных задач.
7. Правила построения двойственных задач линейного программирования.

8. Математические модели симметричных и асимметричных двойственных задач.
9. Экономическая интерпретация переменных двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
10. Экономическая интерпретация двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).

### **Примерные задания:**

#### *Задание 1.*

Построить математическую модель задачи линейного программирования, решить ее графическим методом, представить описание оптимального решения.

На установку и закупку производственного оборудования выделено 96 м<sup>2</sup> и 72 ден. ед. Фирма может приобрести машины типа А стоимостью 12 ден. ед., занимающие площадь в 12 м<sup>2</sup> и выпускающие 14 ед. продукции за смену, и машины типа В стоимостью 6 ден. ед., занимающие площадь в 36 м<sup>2</sup> и обеспечивающие выпуск 20 ед. продукции за смену. При этом машин типа А можно заказать не более 10 штук.

Определить объемы закупки машин каждого типа, обеспечивающие максимальный выпуск продукции на новом оборудовании.

Проверить полученный оптимальный план закупок, решив задачу с помощью инструмента *Поиск решения* в MS Excel.

#### *Задание 2.*

Дана математическая модель задачи оптимального планирования производства  $n$  видов продукции при  $m$  видах ресурсов с целью получения максимальной прибыли:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2, \end{array} \right.$$

· · · · ·

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0.$$

Представьте экономическое толкование следующих обозначений:

$Z$  – это ...

$x_2$  – это ...

$a_{21}$  – это ...

$a_{1n}x_n$  – это ...

$b_m$  – это ...

$c_n x_n$  – это ... и т.п.,

например,

$a_{23}$  – это количество ресурса 2-го вида, расходуемого на производство одной единицы продукции 3-го вида,

$a_{23}x_3$  – это количество ресурса 2-го вида, расходуемого на производство  $x_3$  единиц продукции 3-го вида.

### Задание 3.

Транспортная задача. Построить экономико-математическую модель задачи. Имеются 3 поставщика и 4 потребителя. Запасы поставщиков и заявки потребителей, затраты на перевозку единицы груза для каждой пары «поставщик – потребитель» заданы в таблице. Найти объем перевозок для каждой пары «поставщик – потребитель» так, чтобы запасы всех поставщиков были реализованы; заявки всех потребителей удовлетворены; суммарные затраты на перевозку были минимальными.

Запасы поставщиков	Заявки потребителей			
	30	110	40	120
120	1	2	5	3
80	1	6	5	2

100	6	3	7	4
-----	---	---	---	---

***Шкала оценки степени сформированности компетенций обучающихся на промежуточной аттестации в рамках рейтинговой системы (по очной форме обучения)***

Контрольное задание на экзамене	Индикаторы	Количество рейтинговых баллов
Часть 1	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.	20
Часть 2	ОПК-4.3 Применяет стандартные математические (в том числе, эконометрические) модели и методы для описания статистических зависимостей, выявления тенденций изменения экономических показателей, обнаружения в больших массивах данных ранее неизвестных закономерностей, необходимых для расчета прогнозных значений и принятия управленческих решений	20
Итого		40

Шкала оценивания соотнесена с рейтинговыми баллами.

***Шкала оценки степени сформированности компетенций обучающихся на промежуточной аттестации по 5-ти балльной системе (по очно-заочной форме обучения)***

Контрольное экзаменационное задание	Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»
Часть 1	При ответе на теоретические вопросы допущены неточности, практические задания не выполнены;	При ответе на теоретические вопросы допущены неточности, практические задания	При ответе на теоретические вопросы допущены неточности, практические задания	Даны полные и правильные ответы на теоретические вопросы, практические задания
Часть 2				



	при ответе на теоретические вопросы допущены существенные неточности, практические задания выполнены не в полном объеме.	выполнены не в полном объеме; даны полные и правильные ответы на теоретические вопросы, практические задания фактически не выполнены.	выполнены правильно; даны полные и правильные ответы на теоретические вопросы, практические задания выполнены с неточностями.	выполнены правильно.
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------

Форма проведения промежуточной аттестации: устная или письменная.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/425852>.
2. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов : учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Юрайт, 2022. — 478 с. — (Высшее образование). — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/>.

#### б) Дополнительная литература

1. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2022. — 150 с. — (Высшее образование). — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/495162>.
2. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнеv. — Москва : Юрайт, 2021. — 334 с. — (Бакалавр.

Прикладной курс). — Текст : электронный. — URL:  
<https://urait.ru/bcode/482664>.

3. Татарников, О. В. Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум : учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов. — Москва : Юрайт, 2022. — 53 с. — Текст : электронный. — URL:  
<https://urait.ru/bcode/492019>.

## 2) Программное обеспечение

### а) Лицензионное программное обеспечение

2-ая Грибоедова, д.22, корпус 7, аудитории 105, 106

Список ПО:	Условия предоставления
Adobe Reader XI (11.0.13) - Russian	Бесплатно
Google Chrome	Бесплатно
Microsoft Office профессиональный плюс 2010	Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.
Audit XP	
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав №969 18.10.2018 г.
Project Expert 7 Tutorial	
Audit Expert 7 Tutorial	
Prime Expert 7 Tutorial	
Microsoft Windows 10 Enterprise	Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.
CorelDRAW Graphics Suite X4 Education License	
AnyLogic PLE	Бесплатно
iTALC	Бесплатно

2-ая Грибоедова, д.22, корпус 7, аудитория 107

Список ПО:	Условия предоставления
Adobe Reader XI (11.0.13) - Russian	Бесплатно
Google Chrome	Бесплатно
Microsoft Office профессиональный плюс 2016	Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.

1С: Предприятие 8. Комплект для обучения в высших и средних учебных заведениях.	Акт приема-передачи №Tr034562 от 15.12.2009 г.
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав №969 18.10.2018 г.
Microsoft Windows 10 Enterprise	Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.
Консультант +	Договор № 2018С8702

2-ая Грибоедова, д.22, корпус 7, аудитория 111

Список ПО:	Условия предоставления
Adobe Reader XI (11.0.13) - Russian	Бесплатно
Google Chrome	Бесплатно
STATISTICA 13.3	
Microsoft Office профессиональный плюс 2016	Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.
1С: Предприятие 8. Комплект для обучения в высших и средних учебных заведениях.	Акт приема-передачи №Tr034562 от 15.12.2009 г.
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав №969 18.10.2018 г.
Microsoft Windows 10 Enterprise	Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.
Консультант +	Договор № 2018С8702

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

- Adobe Reader XI
- Debut Video Capture
- 7-Zip
- iTALC
- Google Chrome
- и др.

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «ЮРАИТ» [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru);

3. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
4. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>;
5. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
6. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru/>
7. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
8. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) [https://elibrary.ru/projects/subscription/rus\\_titles\\_open.asp?](https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp?);
9. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>,
10. Wiley Online Library <https://onlinelibrary.wiley.com/>
11. Журналы American Institute of Physics (AIP) <http://aip.scitation.org/>;
12. Журналы American Chemical Society (ACS)  
<https://www.acs.org/content/acs/en.html>;
13. Журналы American Physical Society (APS)  
<https://journals.aps.org/about>
14. Журналы издательства Taylor&Francis <http://tandfonline.com/>;
15. Патентная база компании QUESTEL- ORBIT <https://www.orbit.com/>;
16. БД Scopus <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>
17. БД Web of Science  
[http://apps.webofknowledge.com/WOS\\_GeneralSearch\\_input.do?product=WOS&search\\_mode=GeneralSearch&SID=F51xbbgjnOdTHHnpOs&preferencesSaved=](http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=F51xbbgjnOdTHHnpOs&preferencesSaved=)
18. Электронная коллекция книг Оксфордского Российского фонда  
<https://ebookcentral.proquest.com/lib/tverstate/home.action>
19. Ресурсы издательства Springer Nature <http://link.springer.com/>;
20. Архивы журналов издательства Oxford University Press  
<http://archive.neicon.ru/xmlui/>,
21. Архивы журналов издательства Sage Publication  
<http://archive.neicon.ru/xmlui/>,
22. Архивы журналов издательства The Institute of Physics  
<http://archive.neicon.ru/xmlui/>,

23. Архивы журналов издательства Nature <http://archive.neicon.ru/xmlui/>,  
24. Архивы журналов издательства Annual Reviews <http://archive.neicon.ru/xmlui/>.

25. Polpred.com Обзор СМИ <http://www.polpred.com/>

26. СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ);

27. ИПС «Законодательство России» <http://pravo.fso.gov.ru/ips.html>

28. Сводные каталоги фондов российских библиотек АРБИКОН, МАРС <http://arbicon.ru/>; КОРБИС <http://corbis.tverlib.ru/catalog/>, АС РСК по НТЛ [http://library.gpntb.ru/cgi/irbis64r/62/cgiirbis\\_64.exe?C21COM=F&I21DBN=RSK&P21, DBN=RSK&S21FMT=&S21ALL=&Z21ID=;](http://library.gpntb.ru/cgi/irbis64r/62/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=RSK&P21, DBN=RSK&S21FMT=&S21ALL=&Z21ID=; ЭКБСОН) ЭКБСОН <http://www.vlibrary.ru>

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. База данных «Обзор банковского сектора» - информационно-аналитические материалы Центрального банка Российской Федерации - <https://www.cbr.ru/analytics/?PrtId=bnksyst>
2. Базы данных Европейского общества маркетинга (World Association of Opinion and Marketing Research Professionals) - [www.esomar.org](http://www.esomar.org)
3. База данных исследовательской компании CRG (CapitalResearchGroup), входящей в холдинг "Names" - [www.crg.li](http://www.crg.li)
4. Информационно-поисковые системы агентств «Бизнес-карта», ЗАО «АСУ-Импульс», «Российский генеральный регистр производителей товаров и услуг», «Независимые производители товаров и услуг России», «Регистр РАУ-Пресс».
5. Специализированные базы данных «Ценовой мониторинг»
6. База данных «Мировая экономика» - информационно-аналитический раздел официального сайта Министерства финансов РФ - <http://info.minfin.ru/worldecon.php>
7. Статистическая база данных ЕЭК ООН - [http://w3.unecsc.org/PXWeb2015/pxweb/ru/STAT/STAT\\_\\_20-ME\\_\\_1-](http://w3.unecsc.org/PXWeb2015/pxweb/ru/STAT/STAT__20-ME__1-)

- МЕОВ База данных «Электронные журналы издательства Taylor & Francis (более 1000 наименований)» - Доступ открыт к полным текстам журналов текущего года и всем полным текстам архивных номеров.
8. База статистических данных «Регионы России» Росстата - [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156)
  9. База данных Всемирного Банка - <https://datacatalog.worldbank.org/>
  - 10.База данных НИ «Международное Исследовательское Агентство «Евразийский Монитор» - <http://eurasiamonitor.org/issliedovaniia>
  - 11.База данных Research Papers in Economics (самая большая в мире коллекция электронных научных публикаций по экономике включает библиографические описания публикаций, статей, книг и других информационных ресурсов) - <https://edirc.repec.org/data/derasru.html>
  - 12.Базы данных Всемирного банка - <https://data.worldbank.org/>
  - 13.База данных Research Papers in Economics (самая большая в мире коллекция электронных научных публикаций по экономике включает библиографические описания публикаций, статей, книг и других информационных ресурсов) - <https://edirc.repec.org/data/derasru.html>
  - 14.База данных Федеральной налоговой службы «Статистика и аналитика» - [https://www.nalog.ru/rn39/related\\_activities/statistics\\_and\\_analytics/](https://www.nalog.ru/rn39/related_activities/statistics_and_analytics/)
  - 15.База данных Investfunds информационного агентства Сbonds - содержит полные параметры всех акций, торгуемых на биржах России; полные параметры всех российских ПИФов, архив данных по стоимости пая и СЧА большинства фондов России; архив данных по дивидендным выплатам российских акций. Для получения доступа необходимо заполнить форму форму - <http://pro.investfunds.ru/>
  - 16.Справочная система Главбух –Свободный доступ on-line: <http://www.1gl.ru>
  - 17.База данных Всемирного банка - Открытые данные - <https://data.worldbank.org/>

- 18.Единый портал бюджетной системы Российской Федерации -  
<http://budget.gov.ru/>
- 19.База данных «Бюджет» Минфина России -  
<https://www.minfin.ru/ru/performance/budget/>
- 20.База статистических данных «Финансово-экономические показатели РФ» - <https://www.minfin.ru/ru/statistics/>
- 21.Базы данных Международного валютного фонда -  
<http://www.imf.org/external/russian/index.htm>
- 22.МУЛЬТИСТАТ – многофункциональный статистический портал  
[http://www.multistat.ru/?menu\\_id=1](http://www.multistat.ru/?menu_id=1)
- 23.Базы данных официальной статистики Федеральной службы государственной статистики -  
[http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/)
- 24.Федеральный образовательный портал «Экономика Социология Менеджмент» - <http://ecsocman.hse.ru>
- 25.База данных «Финансовая математика – Библиотека управления» -  
Корпоративный менеджмент - <https://www.cfin.ru/finanalysis/math/>
- 26.Единый федеральный реестр сведений о банкротстве (ЕФРСБ) -  
[bankrot.fedresurs.ru](http://bankrot.fedresurs.ru)
- 27.Информационная система для методической поддержки, сбора лучших практик регулирования, дистанционного обучения специалистов в области оценки регулирующего воздействия на федеральном и региональном уровне (ИС МПДО) - [orv.gov.ru](http://orv.gov.ru)
- 28.Базы данных Европейского общества маркетинга (World Association of Opinion and Marketing Research Professionals) - [www.esomar.org](http://www.esomar.org)
- 29.База данных Минэкономразвития РФ «Информационные системы Министерства в сети Интернет» -  
<http://economy.gov.ru/minec/about/systems/infosystems/>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Методические рекомендации по подготовке к лекционным, практическим занятиям и по организации самостоятельной работы**

Самостоятельная работа начинается до прихода студента на лекцию. Целесообразно использование «системы опережающего чтения», т.е. предварительного прочтения лекционного материала, содержащегося в учебниках и учебных пособиях, закладывающего базу для более глубокого восприятия лекции. Работа над лекционным материалом включает два основных этапа: конспектирование лекций и последующую работу над лекционным материалом. Под конспектированием подразумевают составление конспекта, т.е. краткого письменного изложения содержания чего-либо (устного выступления – речи, лекции, доклада и т.п. или письменного источника – документа, статьи, книги и т.п.).

Методика работы при конспектировании устных выступлений значительно отличается от методики работы при конспектировании письменных источников. Конспектируя письменные источники, студент имеет возможность неоднократно прочитать нужный отрывок текста, поразмыслить над ним, выделить основные мысли автора, кратко сформулировать их, а затем записать. При необходимости он может отметить и свое отношение к этой точке зрения. Слушая же лекцию, студент большую часть комплекса указанных выше работ должен откладывать на другое время, стремясь использовать каждую минуту на запись лекции, а не на ее осмысление – для этого уже не остается времени. Поэтому при конспектировании лекции рекомендуется на каждой странице отделять поля для последующих записей в дополнение к конспекту.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к экзамену. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во



время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, в ряде случаев показать их графически, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя. При работе над текстом лекции студенту необходимо обратить особое внимание на проблемные вопросы, поставленные преподавателем при чтении лекции, а также на его задания и рекомендации.

Перечень вопросов, подлежащих изучению, приведен в данной рабочей программе дисциплины (контрольные вопросы для проведения текущей аттестации; вопросы для подготовки к экзамену). Не все эти вопросы будут достаточно полно раскрыты на лекциях. Отдельные вопросы будут освещены недостаточно полно или вообще не будут затронуты. Поэтому, проработав лекцию по конспекту, необходимо сравнить перечень поднятых в ней вопросов с тем перечнем, который приведен в рабочей программе дисциплины (контрольные вопросы для проведения текущей аттестации; вопросы для подготовки к экзамену), и изучить ряд вопросов по учебным пособиям, дополняя при этом конспект лекций.

Студентам заочной формы обучения необходимо обратить внимание на то, что как видно из п. II “Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий” (для заочной формы обучения), на сессии будут прочитаны лекции не по всем темам курса. Часть тем будет вынесена на самостоятельное изучение студентами, прежде всего с помощью учебных пособий. Следует помнить, что работа с учебными пособиями не имеет ничего общего со сквозным пограничным чтением текста. Она должна быть направлена на поиски ответов на конкретно поставленные вопросы (контрольные вопросы для проведения текущей аттестации; вопросы для подготовки к экзамену). Работая с учебными пособиями, не следует забывать о справочных изданиях.

При работе над темами, которые вынесены на самостоятельное изучение, студент должен самостоятельно выделить наиболее важные, узловые проблемы, как это в других темах делалось преподавателем. Здесь не следует с целью экономии времени подходить к работе поверхностно, ибо в таком случае повышается опасность "утонуть" в обилии материала, упустить центральные проблемы. Результатом самостоятельной работы должно стать собственное самостоятельное представление студента об изученных вопросах.

Самостоятельная работа по изучению тем дисциплины по учебным пособиям не должна состоять из сквозного чтения или просмотра текста. Она должна включать вначале ознакомительное чтение, а затем поиск ответов на конкретные вопросы. Основная трудность для студентов заключается здесь в необходимости усвоения, понимания и запоминания значительных объемов материала. Эту трудность, связанную, прежде всего, с дефицитом времени, можно преодолеть путем усвоения интегрального алгоритма чтения.

При подготовке к практическим занятиям следует закрепить полученные теоретические знания по теме и получить практические навыки в их применении путем рассмотрения примеров решения задач по изучаемой теме, рассмотренных в рекомендованных учебных пособиях.

В процессе самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы. При возникновении трудностей в изучении каких-либо вопросов целесообразно попытаться уяснить их, воспользовавшись другим рекомендованным учебным пособием. Если изучение непонятого материала по другому учебному пособию не привело к его усвоению, то следует обратиться за консультацией к преподавателю данной дисциплины.

### **Методические рекомендации по подготовке к зачету**

Зачет - важный этап в учебном процессе, имеющий целью проверку знаний, выявление умений применять полученные знания к решению практических задач. Как подготовка к зачету, так и сам зачет - форма активизации и систематизации полученных знаний, их углубления и закрепления. Подготовка к зачетам для студентов, особенно заочной формы обучения, всегда осложняется дефицитом времени.

Для подготовки к зачету необходимо:

1) ознакомиться с перечнем вопросов для подготовки к зачету (а также с контрольными вопросами для проведения текущей аттестации) и при необходимости повторить их с использованием конспекта лекций и / или рекомендованных учебных пособий;

2) повторить решение типовых задач, приведенных в п. IV “Оценочные средств для проведения текущей и промежуточной аттестации” (типовые задачи для проведения текущей аттестации; примерные задания для проведения промежуточной аттестации), а также решение задач, задаваемых преподавателем для самостоятельного выполнения по рекомендованным учебным пособиям;

3) при возникновении каких-либо вопросов, трудностей в уяснении теоретического материала или проблем с решением задач прибегнуть к помощи Вашего преподавателя и / или других студентов Вашей группы.

***Вопросы для подготовки к зачету:***

1. Понятие  $n$ -мерного вектора. Линейные операции над  $n$ -мерными векторами.
2. Понятие  $N$ -мерного линейного векторного пространства. Скалярное произведение и длина  $n$ -мерных векторов. Угол между  $n$ -мерными векторами.
3. Понятие евклидова пространства.
4. Разложение вектора по системе векторов.
5. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
6. Базисы системы векторов. Ранг системы векторов.

7. Базис и размерность  $n$ -мерного пространства.
8. Ортогональные системы векторов. Переход к новому базису.
9. Понятие матрицы. Виды матриц (матрица-строка, матрица-столбец, квадратная, диагональная, единичная, нулевая, верхняя треугольная, нижняя треугольная).
10. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, сложение матриц, вычитание матриц,) и их свойства.
11. Операции над матрицами (транспонирование матрицы, умножение матриц, возведение в степень обращение матрицы) и их свойства.
12. Понятие определителя квадратной матрицы. Обозначения.
13. Понятие минора, алгебраического дополнения элемента матрицы.
14. Правило расчета определителя 2-го порядка.
15. Правила расчета определителя 3-го порядка (правило треугольников, правило Саррюса, правило разложения по элементам строки или столбца).
16. Теорема Лапласа (правило расчета определителя любого порядка  $n$ ).
17. Свойства определителей.
18. Понятие невырожденной матрицы.
19. Определение обратной матрицы.
20. Условие существования обратной матрицы.
21. Расчет обратной матрицы по формуле с помощью присоединенной матрицы.
22. Расчет обратной матрицы методом Жордана с помощью элементарных преобразований.
23. Определение ранга матрицы.
24. Свойства ранга матрицы.
25. Расчет ранга матрицы приведением ее к ступенчатому (трапецеидальному) или треугольному виду с помощью элементарных преобразований.
26. Элементарные преобразования матрицы (не изменяющие ее ранг).
27. Теорема о ранге и линейной независимости строк (столбцов) матрицы.

28. Матричный метод решения СЛАУ (при  $m=n$ ).
29. Метод Крамера решения СЛАУ (при  $m=n$ ).
30. Метод Гаусса решения СЛАУ.
31. Теорема о существовании решения СЛАУ.
32. Метод Жордана – Гаусса решения СЛАУ. Понятие базисных, свободных переменных, базисных решений.
33. Понятие системы  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными и ее решения.
34. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы.
35. Равносильные системы.
36. Матричная форма записи СЛАУ. Понятие матрицы системы.
37. Методы решения СЛАУ.
38. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными и ее решение с использованием обратной матрицы.
39. Решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными методом Крамера.
40. Решение системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными методом Гаусса. Понятие расширенной матрицы. Эквивалентные преобразования расширенной матрицы. Прямой и обратный ход метода Гаусса.
41. Решение системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными методом Жордана -Гаусса.
42. Теоремы о разрешимости системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными. Теорема Кронекера - Капелли.
43. Понятие базисных и свободных переменных, общего решения и базисных решений системы линейных уравнений.
44. Система линейных однородных уравнений и фундаментальная система ее решений.

45. Понятия оператора и линейного оператора. Действия над линейными операторами (сумма двух линейных операторов, произведение линейного оператора на число, произведение линейных операторов).
46. Разложение вектора по базису. Матрица линейного оператора.
47. Линейная модель обмена (модель международной торговли).
48. Понятия собственного вектора и собственного значения квадратной матрицы.
49. Характеристическое уравнение матрицы.
50. Свойства собственных значений матрицы линейного оператора.
51. Понятие квадратичной формы. Каноническая квадратичная форма.
52. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

### **Методические рекомендации по подготовке к экзамену**

Экзамен - важный этап в учебном процессе, имеющий целью проверку знаний, выявление умений применять полученные знания к решению практических задач. Как подготовка к экзамену, так и сам экзамен - форма активизации и систематизации полученных знаний, их углубления и закрепления. Подготовка к экзаменам для студентов, особенно заочной формы обучения, всегда осложняется дефицитом времени.

Для подготовки к экзамену необходимо:

1) ознакомиться с перечнем вопросов для подготовки к экзамену (а также с контрольными вопросами для проведения текущей аттестации) и при необходимости повторить их с использованием конспекта лекций и / или рекомендованных учебных пособий;

2) повторить решение типовых задач, приведенных в п. IV “Оценочные средств для проведения текущей и промежуточной аттестации” (типовые задачи для проведения текущей аттестации; примерные задания для проведения промежуточной аттестации), а также решение задач, задаваемых

преподавателем для самостоятельного выполнения по рекомендованным учебным пособиям;

3) при возникновении каких-либо вопросов, трудностей в уяснении теоретического материала или проблем с решением задач прибегнуть к помощи Вашего преподавателя и / или других студентов Вашей группы.

***Вопросы для подготовки к экзамену:***

1. Понятие аналитической геометрии. Системы координат на плоскости: система координат, прямоугольная система координат, координаты точки, метод координат, полярная система координат.
2. Приложения метода координат на плоскости: расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, площадь треугольника.
3. Способы задания прямой линии на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой.
4. Способы задания прямой линии на плоскости: уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении; уравнение прямой, проходящей через две точки.
5. Способы задания прямой линии на плоскости: уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
6. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
7. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс.
8. Линии второго порядка на плоскости: гипербола, парабола.
9. Общее уравнение линий второго порядка на плоскости.
10. Основные понятия аналитической геометрии в пространстве: уравнение поверхности в прямоугольной системе координат, текущие координаты точки поверхности.
11. Основные понятия аналитической геометрии в пространстве: уравнения линии в пространстве, векторное уравнение линии в пространстве, параметрическое уравнение линии в пространстве.

12. Способы задания плоскости в пространстве: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости.
13. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
14. Способы задания прямой в пространстве: классические уравнения прямой; уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки; общие уравнения прямой.
15. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
16. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Определение линейного программирования (ЛП).
18. Математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП).
19. Понятия целевой функции, системы ограничений, допустимого решения, оптимального решения ЗЛП.
20. Постановка задачи оптимального планирования производства продукции.
21. Постановка задачи о составлении рациона (задачи о диете).
22. Постановка транспортной задачи как специальной ЗЛП.
23. Стандартная форма ЗЛП с двумя переменными.
24. Теоремы о множестве решений линейного неравенства, совместной системы линейных неравенств.
25. Понятие области допустимых решений ЗЛП при  $n=2$ .
26. Правила построения многоугольника решений (области допустимых решений) ЗЛП (при  $n=2$ ). Виды многоугольника решений.
27. Геометрическая интерпретация замкнутого многоугольника решений, неограниченной многоугольной области решений, пустого множества решений (при  $n=2$ ).



28. Понятие линии уровня и вектора нормали целевой функции (при  $n=2$ ).  
Правила их построения.
29. Нахождение оптимального решения ЗЛП графическим методом с помощью вектора нормали и линии уровня целевой функции (при  $n=2$ ).
30. Геометрическая интерпретация единственного оптимального решения, множества оптимальных решений, отсутствия оптимальных решений при графическом методе решения ЗЛП.
31. Алгоритм графического метода решения задачи линейного программирования.
32. Каноническая форма записи ЗЛП. Правила перехода к канонической форме ЗЛП.
33. Понятие выпуклого множества. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
34. Понятие выпуклого многогранника. Теорема о представлении точек выпуклого многогранника.
35. Теорема о выпуклости множества допустимых решений ЗЛП.
36. Основная теорема линейного программирования (теорема о соотношении оптимального решения ЗЛП и угловых точек множества допустимых решений ЗЛП).
37. Понятие допустимого базисного решения (ДБР). Теорема о соответствии ДБР и угловых точек многогранника решений.
38. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Суть алгоритма симплекс-метода решения ЗЛП.
39. Построение начального допустимого базисного решения. Определение состава базисных и свободных переменных.
40. Алгоритм табличного симплекс-метода. Правила составления симплексных таблиц для нахождения оптимального решения ЗЛП и расчета текущего ДБР.
41. Обоснование правил нахождения разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента в симплекс-таблицах.

42. Анализ строки оценок в симплекс-таблицах. Признаки оптимальности ДБР, множества оптимальных решений и отсутствия оптимальных решений.
43. Понятие пары двойственных задач. Виды пар двойственных задач.
44. Правила построения двойственных задач линейного программирования.
45. Математические модели симметричных и асимметричных двойственных задач.
46. Экономическая интерпретация переменных двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
47. Экономическая интерпретация двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
48. Первая теорема двойственности и ее экономический смысл.
49. Вторая теорема двойственности и ее экономический смысл.
50. Взаимосвязь оптимальных решений прямой и двойственной задач (на основе теорем двойственности).
51. Свойства двойственных оценок и их экономический смысл.
52. Понятие устойчивости оптимального решения ЗЛП.

### ***Требования к рейтинг-контролю***

Рейтинговый контроль знаний осуществляется в соответствии с *Положением о рейтинговой системе обучения в ТвГУ, утвержденного ученым советом ТвГУ 30.04.2020 г., протокол №8.*

Распределение баллов в 1 семестре по видам работы в рамках рейтинговой системы:

Вид отчетности	Баллы
Работа в семестре, в том числе:	100
текущий контроль	60
рейтинговый контроль	40
Зачет	По факту
Итого:	100

Распределение баллов во 2 семестре по видам работы в рамках рейтинговой системы:

Вид отчетности	Баллы
Работа в семестре, в том числе:	60
текущий контроль	40
рейтинговый контроль	20
Экзамен	40
Итого:	100

### VII. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническая база необходимая и применяемая для осуществления образовательного процесса и программное обеспечение по дисциплине включает (в соответствии с паспортом аудитории):

- специальные помещения (аудитории), укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации в аудитории;

- мультимедийное оборудование (ноутбук, экран и проектор);

- ПК для работы студентов в компьютерном классе с выходом в Интернет.

Учебная аудитория № 322, 334, 326, 342, 233 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Столы, стулья, доска, стационарный мультимедийный проектор, переносной ноутбук.
Учебная аудитория № 305, 301, 308, 315, 317, 318, 319 170021, Тверская область, г. Тверь, ул. 2-я Грибоедова, д. 22	Столы, стулья, доска, переносной ноутбук, стационарный или переносной мультимедийный проектор,
Учебная аудитория № 323, 333 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Столы, стулья, доска, переносной ноутбук
Кафедра экономики предприятия и менеджмента 335 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Столы, стулья, стационарный компьютер, принтер.
Кафедра экономики предприятия и менеджмента 311 170021, Тверская область, г. Тверь, ул. 2-я Грибоедова, д. 22	Столы, стулья, стационарный компьютер, принтер.
Кабинет тьюторов 332 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Столы, стулья, стационарный компьютер, принтер.

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			