

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 13.09.2022 14:15:19
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8b50e7b46c7e411f75ff8

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Математическая логика, алгебра и теория чисел

Направление подготовки
01.06.01 — МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Программа аспирантуры
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

для студентов 2 курса аспирантуры
Форма обучения — очная

Составитель(и):
• д.ф.-м.н. доц. С.М.Дудаков

I. Аннотация

1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом:

Математическая логика, алгебра и теория чисел

2. Цели и задачи дисциплины:

Углубить знания основных разделов логики: теории множеств, теории алгебраических систем и их классов, разрешимости теорий; алгебры: теории групп, колец, полей; теории чисел: теории вычетов, простых чисел.

3. Место дисциплины в структуре ООП: обязательная дисциплина вариативной части

Предварительные знания и навыки. Знание курсов дискретной математики, математической логики, теории сложности.

Дальнейшее использование. Полученные знания используются в последующем при написании выпускной квалификационной работы, подготовке к сдаче кандидатского экзамена, в дальнейшей трудовой деятельности выпускника.

4. Объем дисциплины: 3 зач. ед., 108 ч., в том числе:

контактная работа: лекций 4 ч., практических занятий 6 ч., лабораторных занятий 0 ч.; **самостоятельная работа:** 98 ч.

5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1, способен изучать, совершенствовать и получать новые научные результаты в теории алгебраических структур и логических языков	<ul style="list-style-type: none">• Знать и понимать сущность аксиоматики теории множеств и простейших следствия из нее• Уметь аксиоматически строить множества, исследовать их свойства• Знать типы упорядочений, линейные порядки, булевы алгебры, фильтры, полные упорядочения, ординалы, трансфинитные построения, иметь понятие о мощности множеств и теореме Рамсея

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
	<ul style="list-style-type: none"> ● Уметь использовать различные свойства порядков, определять мощности множеств ● Знать базовые семантические свойства теорий ● Уметь применять семантические свойства теорий для исследования свойств предметной области ● Знать общую теорию алгебраических систем ● Знать базовые определения и результаты теории групп ● Знать базовые определения и результаты теории колец ● Знать базовые определения и результаты теории полей ● Знать базовые определения и результаты алгебраической теории чисел ● Уметь применять теорию чисел для решения задач
ПК-2, способен изучать, совершенствовать и получать новые научные результаты в теории вычислительных процессов и их сложности	<ul style="list-style-type: none"> ● Знать понятие теории и базовые синтаксические свойства теорий ● Уметь устанавливать базовые синтаксические свойства теорий

6. Форма промежуточной аттестации:

экзамен.

7. Язык преподавания:

русский

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для студентов очной формы обучения

Учебная программа — наименование разделов и тем	Всего	Лк	Пр	Лб	Сам
Теория множеств	27	1	2	0	24
Классы и теории	27	1	2	0	24
Алгебра	27	1	1	0	25
Теория чисел	27	1	1	0	25
Итого	108	4	6	0	98

Учебная программа дисциплины

1. Теория множеств

- Аксиоматика теории множеств
- Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции
- Мощность множеств
- Аксиома выбора
- Решетки. Дедекиндовы решетки
- Строение булевых алгебр, теорема Стоуна

2. Классы и теории

- Теории классов алгебраических систем
- Аксиоматизируемые классы
- Категоричные в данной мощности теории. Теорема Лося-Воота
- Теоремы об устойчивости: Лося-Тарского, Ченя-Лося-Сушко, Линдона о гомоморфизме
- Разрешимые и неразрешимые теории

3. Алгебра

- Свободные системы
- Многообразие алгебр
- Фильтрованные произведения. Теорема Лося
- Теорема Биркгофа
- Группы
- Кольца
- Поля

4. Теория чисел

- Делимость, вычеты

- Квадратичные вычеты
- Квадратичные формы
- Индексы

III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Подготовка к изучению курса

IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ПК-1, способен изучать, совершенствовать и получать новые научные результаты в теории алгебраических структур и логических языков

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<i>начальный:</i> Знать и понимать сущность аксиоматики теории множеств и простейших следствия из нее	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наследственно конечные множества. Аксиомы экстенциональности, пустого множества и пары. Упорядоченная пара. Теорема о единственности. • Наследственно конечные множества. Аксиомы экстенциональности, пустого множества, пары, суммы. Построение конечных множеств. • Подмножества. Аксиомы степени и подстановки. Существование пересечения, разности, декартовых произведений. • Отношения, функции, композиция. Разнозначные, сюръективные и взаимно-однозначные функции. Области определения и значения. Образы и прообразы. • Индуктивные множества. Аксиома бесконечности. Наименьшее индуктивное множество. Функция выбора. Аксиомы выбора и регулярности. 	оценка 3 — знает аксиоматику теории множеств, оценка 4 — кроме того, знает основные следствия из аксиом, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
<i>начальный:</i> Уметь аксиоматически строить множества, исследовать их свойства	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Доказать, что не существует непустого множества x, для которого $x = \bigcap x$. • Доказать, что индуктивное множество не имеет вид $x + 1$. • Написать формулу в сигнатуре $\{\in^{(2)}\}$, имеющую одну свободную переменную — x, означающую в теории множеств, что x — ординал. 	оценка 3 — умеет последовательно строить простейшие множества, оценка 4 — кроме того, умеет доказывать простейшие утверждения о множествах, оценка 5 — кроме того, умеет строить и исследовать свойства множеств разного уровня сложности

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<p><i>начальный:</i> Знать типы упорядочений, линейные порядки, булевы алгебры, фильтры, полные упорядочения, ординалы, трансфинитные построения, иметь понятие о мощности множеств и теореме Рамсея</p>	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Отношения эквивалентности, классы эквивалентности. Частично и линейно упорядоченные множества. Концевые расширения. теорема об объединении концевых расширений. • Максимальный, минимальный, наибольший и наименьший элементы множества. Грани. Принцип максимума Хаусдорфа. Лемма Цорна. • Решетки, дистрибутивные решетки, булевы алгебры. Свойства операций инфинума, супремума и дополнения. • Фильтры булевых алгебр. Центрированные множества. Расширение центрированного множества до ультрафильтра. • Теорема о конечных булевых алгебрах. Теорема Стоуна. • Фундированные множества. Трансфинитная индукция. Вполне упорядоченные множества. Теорема Цермело. Изоморфизмы вполне упорядоченных множеств. • Ординалы. Полный порядок на ординалах. Ординалы-последователи и предельные ординалы. ω — наименьший предельный ординал. • Теоремы о трансфинитных построениях. • Арифметика ординалов: сумма и произведение ординалов, порядковые и индуктивные определения. • Равномощность. Теорема Кантора-Бернштейна о равномощных множествах. Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств. • Кардиналы. Существование и единственность кардинала. • Конечные и бесконечные множества. ω и его элементы — кардиналы. • Арифметика кардиналов: сумма и произведение кардиналов. 	<p>оценка 3 — знает определения различных упорядочений, оценка 4 — кроме того, знает свойства этих упорядочений, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений</p>
<p><i>начальный:</i> Уметь использовать различные свойства порядков, определять мощности множеств</p>	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Доказать с помощью леммы Цорна, что в каждом неориентированном графе существует максимальное неплотное множество вершин. Множество вершин называется неплотным, если никакие две вершины из него не соединены ребром. • Проверить, образуют ли в произвольном случае всевозможные подгруппы абелевой группы G решетку или булеву алгебру (с отношением включения). • Доказать, что существует ординал α такой, что $\alpha \ni \beta +_o \omega$ для любого $\beta \in \alpha$. • Доказать, что количество устойчивых конфигураций (включая бесконечные) в игре «Жизнь» равно 2^ω. 	<p>оценка 3 — умеет определять тип упорядочения, верхнюю оценку мощности множества, оценка 4 — кроме того, умеет устанавливать основные свойства порядков, нижнюю оценку мощности в простейших случаях, оценка 5 — кроме того, умеет исследовать различные свойства порядков и мощности различных множеств</p>
<p><i>начальный:</i> Знать базовые семантические свойства теорий</p>	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Категоричность. Теорема Лося-Воота. Категоричность теории плотного линейного порядка без первого и последнего элементов. • Подсистемы и надсистемы. Пересечение подсистем. Подсистема 	<p>оценка 3 — знает основные определения семантических свойств (категоричность, подсистема, элементарность,</p>

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
	<p>мы, порожденные множеством.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Элементарные подсистемы и надсистемы. Критерий элементарности. • Диаграммы, вложения и элементарные вложения, связь вложений с диаграммами. Теорема Левенгейма-Скулема о подъеме. • Устойчивость относительно подсистем, теорема Лося-Тарского. • Термальные скулемовские функции, свойства теорий с ТСФ. Скулемизация теорий и систем. Теорема Левенгейма-Скулема о спуске. • Цепи и элементарные цепи. Элементарность объединения элементарной цепи. • Устойчивость относительно объединения цепей. Теорема Ченя-Лося-Сушко. • Гомоморфизмы, устойчивость относительно гомоморфизмов, теорема Линдона о гомоморфизме. 	<p>устойчивость), оценка 4 — кроме того, знает взаимосвязи синтаксических и семантических свойств, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений</p>
<p><i>начальный:</i> Уметь применять семантические свойства теорий для исследования свойств предметной области</p>	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Доказать, что класс двудольных графов в сигнатуре (E) не является многообразием. • Доказать, что теория решёток не является универсально аксиоматизируемой в сигнатуре (\leq). • Доказать, что теория двудольных графов устойчива относительно объединения цепей в сигнатуре $\{E^{(2)}\}$. • Определить, в каких мощностях теория, заданная следующими аксиомами, категорична: $(\forall x, y)(f(x) = f(y) \rightarrow x = y);$ $(\forall x)(\exists y)f(y) = x, \quad (\forall x)f^n(x) \neq x \quad \text{для всех } n > 0$ • Доказать, что в теории системы $(\mathbb{G}; +, \times)$ нет термальных скулемовских функций. \mathbb{G} — множество гауссовых чисел: $a + bi$, $a, b \in \mathbb{Z}$, $i^2 = -1$. 	<p>оценка 3 — умеет использовать теоремы об устойчивости в простейших случаях, доказывать неэлементарность, оценка 4 — кроме того, может использовать критерии элементарности, исследовать категоричность в простейших случаях, оценка 5 — кроме того, может устанавливать семантические свойства в различных ситуациях</p>
<p><i>начальный:</i> Знать общую теорию алгебраических систем</p>	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Алгебраические системы. Декартовы произведения систем • Фильтрованные произведения. Ультрапроизведения, ультрастеппени • Свободные алгебры. Эрбрановский универсум • Многообразия, хорновские формулы. Теорема Биркгофа о многообразиях 	<p>оценка 3 — знает основные определения теории алгебраических систем, оценка 4 — кроме того, знает конструкции свободных систем и фильтрованных произведений, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений</p>
<p><i>начальный:</i> Знать базовые определения и результаты теории групп</p>	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Полугруппы, моноиды, свободный моноид. • Группы, абелевы группы. • Свободные группы, гомоморфизмы. 	<p>оценка 3 — знает основные определения теории групп, некоторые свойства групп оценка 4 — кроме того, знает основные свойства</p>

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
		групп, оценка 5 — кроме того, знает доказательство указанных утверждений
<i>начальный:</i> Знать базовые определения и результаты теории колец	Примеры вопросов к экзамену: <ul style="list-style-type: none"> • Идеалы, простые, максимальные идеалы, фактор-кольца. • Евклидова кольца, кольца главных идеалов, факториальные кольца. • Кольца многочленов. 	оценка 3 — знает основные определения теории колец, некоторые свойства колец оценка 4 — кроме того, знает основные свойства колец, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
<i>начальный:</i> Знать базовые определения и результаты теории полей	Примеры вопросов к экзамену: <ul style="list-style-type: none"> • Определение полей, основные свойства. • Поле разложение многочлена. • Поля Галуа. 	оценка 3 — знает основные определения теории полей, некоторые свойства полей оценка 4 — кроме того, знает основные свойства полей, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
<i>начальный:</i> Знать базовые определения и результаты алгебраической теории чисел	Примеры вопросов к экзамену: <ul style="list-style-type: none"> • Простые числа. Основные свойства простых чисел. • Представление квадратичными формами. • Делимость и вычеты. Сравнения первой степени. • Квадратичные вычеты. Квадратичный закон взаимности. • Первообразные корни и индексы. 	оценка 3 — знает основные понятия теории делимости, некоторые ее результаты, оценка 4 — кроме того, знает основные результаты алгебраической теории чисел, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
<i>начальный:</i> Уметь применять теорию чисел для решения задач	Примеры задач для зачета: <ul style="list-style-type: none"> • Доказать, что на отрезке $[-\frac{p-1}{2}; \frac{p-1}{2}]$ квадратичные вычеты по модулю p располагаются относительно нуля или симметрично (x — вычет тогда и только тогда, когда $-x$ — вычет), или антисимметрично (x — вычет тогда и только тогда, когда $-x$ — невычет). • Найти значение символа Якоби $\left(\frac{3}{p}\right)$ для произвольного нечетного числа p. • Найти количество первообразных корней по модулю 257. 	оценка 3 — умеет решать некоторые типы задач, оценка 4 — умеет решать основные типы задач, оценка 5 — умеет задачи требующие модификации стандартных подходов

Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ПК-2, способен изучать, совершенствовать и получать новые научные результаты в теории вычислительных процессов и их сложности

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<i>начальный:</i> Знать понятие теории и базовые синтаксические свойства теорий	<p>Примеры вопросов к экзамену:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Теории, способы задания теорий. Классы алгебраических систем. • Аксиоматизация теорий. Аксиоматизируемые классы. Конечная аксиоматизация. • Расширения теорий. Консервативные расширения. Критерий консервативности. Теорема Робинсона. • Полные теории. Конечные модели полных теорий. • Явная и неявная определимость. Теорема Бета. Критерий неопределимости. Неразрешимые теории. • Элиминация кванторов. Разрешимость теорий. 	оценка 3 — знает основные определения синтаксических свойств (консервативность, аксиоматизируемость, определимость, элиминация кванторов), оценка 4 — кроме того, знает методы исследования синтаксических свойств, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
<i>начальный:</i> Уметь устанавливать базовые синтаксические свойства теорий	<p>Примеры задач для контрольных работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Доказать, что в теории $\text{Th}(\mathbb{Q}; +, \times)$ символ $+$ неопределим через остальные. • Доказать, что теория, заданная следующими аксиомами, допускает элиминацию кванторов: $(\forall x)f^2(x) = x$ $(\exists x_1, \dots, x_n)(\bigwedge_{i \neq j} x_i \neq x_j \wedge \bigwedge_i f(x_i) \neq x_i) \quad n > 0$ $(\exists x_1, \dots, x_n)(\bigwedge_{i \neq j} x_i \neq x_j \wedge \bigwedge_i f(x_i) = x_i) \quad \text{для } n > 0$ • Доказать, что класс групп с множеством образующих A в сигнатуре $\{A^{(1)}; *^{(2)}, -1^{(1)}, e^{(0)}\}$ не аксиоматизируем. • Доказать, что теория, заданная следующими аксиомами, неполна: $(\forall x)(\exists y)R(x, y); \quad (\forall x)R(x, x);$ $(\forall x, y)(R(x, y) \rightarrow R(y, x));$ $(\forall x, y, z)(R(x, y) \wedge R(x, z) \rightarrow y = z)$ 	оценка 3 — умеет устанавливать консервативность, неконсервативность, аксиоматизируемость, неполноту, определимость в простейших случаях, оценка 4 — кроме того, умеет устанавливать неаксиоматизируемость, неопределимость, полноту и возможность элиминации кванторов в простейших случаях, оценка 5 — кроме того, может устанавливать вышеперечисленные свойства в различных ситуациях

V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

- [1] Герасимов А.С. Курс математической логики и теории вычислимости [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 410 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=50159 —

Загл. с экрана (ЭБС ЛАНЬ).

- [2] Игошин В.И. Математическая логика: Учебное пособие / Игошин В.И. - М.:НИИЦ ИНФРА-М, 2017. - 398 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011691-4 — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=242738> — Загл. с экрана
- [3] Дудаков С.М. Основы теории моделей [Электронный ресурс] : учебник / С. М. Дудаков ; ФГБОУ ВПО «Твер. гос. ун-т». — Тверь : Тверской государственный университет, 2013. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. — Режим доступа: http://texts.lib.tversu.ru/texts/osnovy_teorii_modeley_2013/e-book/index.html
- [4] Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — 4-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с. — ISBN 978-5-9765-0050-1 (ФЛИНТА), ISBN 978-5-02-034913-1 (Наука) — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=456995> (ЭБС ИНФРА-М)
- Дополнительная литература**
- [5] Столбоушкин А.П. Математические основания информатики [Электронный ресурс] / А.П.Столбоушкин, М.А.Тайцлин — Тверь, 2013. — 377с. — Режим доступа: <http://texts.lib.tversu.ru/texts/09908ucheb.pdf>
- [6] Верещагин Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.К. Верещагин, Шень А.; 4-е изд., испр. — Электрон. дан. — М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2012. — 240 с. — Режим доступа: <http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf> — Загл. с экрана.
- [7] Верещагин Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.К. Верещагин, Шень А.; 4-е изд., испр. — Электрон. дан. — М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2012. — 160 с. — Режим доступа: <http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part3-2.pdf> — Загл. с экрана.
- [8] Игошин В.И. Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. — М.: ИНФРА-М, 2012. — 318 с.: 60x90 1/16. — (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-005205-2 — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=241722> (ЭБС ИНФРА-М)
- [9] Марченков, С.С. Рекурсивные функции [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2007. — 62 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2260 — Загл. с экрана (ЭБС ЛАНЬ).
- [10] Окунев Л.Я. Высшая алгебра [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=289 — Загл. с экрана (ЭБС ЛАНЬ).
- [11] Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие —

Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>. — Загл. с экрана.

VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- [1] A Problem Course in Mathematical Logic, <http://euclid.trentu.ca/math/sb/pcml/>
- [2] Logic Matters, <http://www.logicmatters.net/tyl/>
- [3] Mathematical Logic and Algorithms Theory, <https://iversity.org/en/courses/mathematical-logics-and-algorithms-theory>
- [4] Московский центр непрерывного математического образования, <http://www.mccme.ru/>

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Подготовка к изучению курса

Перед началом изучения дисциплины обучающийся должен повторить следующие разделы и темы:

- Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи выполнимости.
- Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции. Полнота исчисления предикатов. Теорема компактности.
- Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка. Формальная арифметика. Представимость вычислимых функций в формальной арифметике. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.

- Линейные пространства. Линейная независимость. Базис. Размерность пространства. Линейные операторы. Представление операторов матрицами. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Скалярное произведение. Евклидовы и унитарные пространства. Ортогональные и ортонормированный базисы. Ортогональные и унитарные операторы. Сопряженные и самосопряженные операторы. Собственные векторы и числа. Диагонализация матрицы линейного преобразования. Характеристический многочлен. Жорданова нормальная форма.
- Бинарные операции, коммутативность и ассоциативность. Gruppoиды, полугруппы, моноиды. Циклические моноиды. Группы, основные свойства групп. Абелевы и циклические группы. Гомоморфизмы групп. Определение и основные свойства колец, идеалы, гомоморфизмы колец. Поля, многочлены над полями. Фактор-кольца.

VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Лекции и практические занятия. Самостоятельное изучение материала.

Наименование помещений	Программное обеспечение
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Перечень программного обеспечения (со свободными лицензиями): Linux OpenSuse Tumbleweed, KDE, TeXLive, Mozilla Firefox, TeXStudio, Qt, QtCreator, Gcc, Python, Eric, LibreOffice, Cervisia, Kdbg, Umbrello, wxMaxima, Blender, digikam, GIMP, Gwenview, hugin, Inkscape, Okular, showFoto, Kmail, Konqueror, Konversation, Kopete, TigerVNC viewer, Amarok, K3b, Kdenlive, VLC media player, Kontakt, Korganizer, Yast, Ark, Dolphin, Info Center, Kget, Konsole, Krusader, Midnight commander, OpenJDK, pgadmin3, Xterm, Emacs, Kate, Kcalc, Kggp, Kleopatra, Kompare, Sweeper, Perl, Apache, PostgreSQL, MariaDB, SQLite, PHP

IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для аудиторной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 308 (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Ауд. 308 приспособлена для проведения лекционных и практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации и оснащена набором учебной мебели, меловой доской, настенным экраном (экран на треноге Da-lite versatal 213x213)) и проектором Samsung SP D300BX.

Для самостоятельной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) оснащена персональными ЭВМ (компьютер ПЭВМ «ХОПЕР» IS09001: 1.1/Intel Core i3-540/IntelH55-MLX/Нunix-11.4/DVD RW Sony/Монитор 21,5” АОС TFT/клавиатура/мышь — 10 штук) с доступом к сети Интернет и необходимым программным обеспечением, системным блоком BASE P4 3200MHz 800 512K/1024 Мб DDR400/400Gb, концентратором сетевым DFE-916 DX HUB 16x10/100.

Х. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п/п	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесённых изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1	I. Аннотация (пункт 5)	Перечень компетенций	Протокол № 3 от 26.10.2017 совета факультета ПМиК
2	III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	Скорректирован перечень учебно-методического обеспечения	Протокол № 10 от 25.05.2017 совета факультета ПМиК
3	IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации	Переработаны типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций	Протокол № 3 от 26.10.2017 совета факультета ПМиК
4	V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	Внесены новые электронный библиотечные системы	Протокол № 4 от 30.11.2017 совета факультета ПМиК
5	IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	Обновлен перечень необходимого оборудования	Протокол № 5 от 21.12.2017 совета факультета ПМиК