

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 06.06.2023 14:42:28  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf55f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП:

Толкаченко О.Ю.

«20» апреля 2022 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Методы оптимальных решений**

Направление подготовки

**38.03.01 ЭКОНОМИКА**

Профиль подготовки

**«Финансы и кредит»**

Для студентов очной и заочной формы обучения

Составитель: Васильев А.А.

Тверь, 2022

## Аннотация

**1. Учебная дисциплина** *Методы оптимальных решений* относится к дисциплинам, формирующим ОПК и развивающим навык построения экономико-математических моделей и проведения их количественного анализа.

### 2. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины являются:

Выработка у студентов системного мышления с использованием методов оптимальных решений и математических моделей для выбора рационального поведения и путей развития исследуемых экономических систем с учётом рыночных условий.

Задачами освоения дисциплины является:

изучение теоретических основ математических методов принятия оптимальных решений в экономике;

построение и обоснование экономико-математических моделей с использованием методов оптимальных решений;

проведение количественного анализа построенных моделей.

### 3. Место дисциплины в структуре ООП.

Учебная дисциплина *Методы оптимальных решений* входит в базовую часть в модуль 2 дисциплин, формирующих ОПК. Данная дисциплина логически и содержательно опирается на предшествующие ей дисциплины: *Математический анализ, Линейная алгебра*.

Требования к «входным» знаниям и умениям обучающегося, необходимым при освоения изучаемой дисциплины:

**Знать** элементы математического анализа и линейной алгебры, в частности:

- функции двух переменных и их линии уровня;
- частные производные, градиент и дифференциал;
- необходимые и достаточные условия существования экстремумов функции многих переменных с непрерывными первыми и вторыми производными;
- действия над матрицами, определителями и векторами в  $n$ -мерном пространстве.

**Уметь** решать системы линейных уравнений и линейных неравенств.

Данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин *Макроэкономическое планирование и прогнозирование, Экономика фирмы, Инвестиции, Рынок ценных бумаг, Финансовый менеджмент, Комплексный анализ хозяйственной деятельности*.

### 4. Объём дисциплины:

Для очной формы обучения (набор 2019, 2020 года): 4 зачетные единицы, 144 академических часов, в том числе **контактная работа:** лекции 18 часов, практические занятия 36 часов, **самостоятельная работа** 54 часов, **контроль** 36.

Для заочной формы обучения – нормативный срок обучения (набор 2018, 2019, 2020 года): 4 зачетные единицы, 144 академических часов, в том числе **контактная работа:** лекции 10 часов, практические занятия 12 часов, **самостоятельная работа** 113 часов, **контроль** 9.

Для заочной формы обучения – сокращенный срок обучения (набор 2019, 2020 года): 4 зачетные единицы, 144 академических часа, в том числе **контактная работа:** лекции 4 часов, практические занятия 8 часов, **самостоятельная работа:** 123 часа, **контроль** 9 часов.

**5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Планируемые результаты освоения Образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p><b>ОПК-2</b></p> <p>Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач;</p>	<p><b>Владеть:</b> навыками проведения количественного анализа математических моделей для подготовки оптимальных решений экономических задачах.</p> <p><b>Уметь:</b> применять результаты количественного анализа математических моделей для подготовки альтернативных решений.</p> <p><b>Знать:</b> способы построения математических моделей оптимизации, используемых при решении экономических задач</p>
<p><b>ОПК-3</b></p> <p>Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчётов и обосновать полученные выводы.</p>	<p><b>Владеть:</b> навыками применения современных математических методов и математических моделей для принятия оптимальных решений в экономических задачах.</p> <p><b>Уметь:</b> применять</p>

	<p>математические методы и модели, предназначенные для анализа и выбора оптимальных решений в экономических задачах.</p> <p><b>Знать:</b> основные математические методы, предназначенные для определения оптимальных решений в экономических задачах.</p>
--	--

**6. Форма промежуточной аттестации - экзамен.**

**7. Язык преподавания русский**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам с указанием отведённого для них количества академических часов и видов учебных занятий**

**1. Для студентов очной формы обучения**

Учебная программа - наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа(час.)			Самостоятельная работа
		Лекции	Практические работы	Лабораторные работы	
Раздел 1. Введение в дисциплину Тема 1. Предмет и содержание дисциплины с примерами планирования производства	7	2	2		3

Раздел 2. Методы решения ЗЛП					
Тема 2. Методы графического анализа задач линейного программирования (ЗЛП)	10	2	4		4
Тема 3. Симплекс-метод решения ЗЛП	10	2	4		4
Тема 4 Двойственность и анализ чувствительности в линейном программировании	10	2	4		4
Тема 5. Постановка задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) и метод её решения	12	2	2		8
Тема 6. Транспортная задача	10	2	4		4
Тема 7 Межотраслевой баланс и обобщённая модель Леонтьева	15	2	6		7
Раздел 3. Задачи нелинейного программирования и их приложение к теории потребления и фирмы					
Тема 8. Условный экстремум и метод множителей Лагранжа	16	2	4		10
Тема 9 Количественный анализ модели потребления и классической модели рационального поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	18	2	6		10
Контроль	36				
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>54</b>

**Для студентов заочной формы обучения**  
**Нормативный срок обучения**

Учебная программа - наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа(час.)	Самосто я-
--	-------	----------------------------	---------------

		Лек- ции	Практи- чески е работ ы	Лаборат ор-ные работы	тельная работа
Раздел 1. Введение в дисциплину Тема 1. Предмет и содержание дисциплины с примерами планирования производства	7	2			5
Раздел 2. Методы решения ЗЛП Тема 2. Методы графического анализа задач линейного программирования (ЗЛП)	16		2		14
Тема 3. Симплекс-метод решения ЗЛП	16	2	2		12
Тема 4 Двойственность и анализ чувствительности в линейном программировании	16	2	2		12
Тема 5. Постановка задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) и метод её решения	14				14
Тема 6. Транспортная задача	16	2	2		12
Тема 7 Межотраслевой баланс и обобщённая модель Леонтьева	16	2	2		12
Раздел 3. Задачи нелинейного программирования и их приложение к теории потребления и фирмы Тема 8. Условный экстремум и метод множителей Лагранжа	16				16
Тема 9 Количественный анализ модели потребления и классической модели рационального поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	18		2		16
Контроль	9				
ИТОГО	144	10	12		113

**Для студентов заочной формы обучения  
Сокращенный срок обучения**

Учебная программа - наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа(час.)			Самосто- я- тельная работа
		Лек- - ции	Прак- ти- чески е работ ы	Лаборат ор-ные работы	
Раздел 1. Введение в дисциплину Тема 1. Предмет и содержание дисциплины с примерами планирования производства	7	2			5
Раздел 2. Методы решения ЗЛП Тема 2. Методы графического анализа задач линейного программирования (ЗЛП)	16		2		14
Тема 3. Симплекс-метод решения ЗЛП	16		2		14
Тема 4 Двойственность и анализ чувствительности в линейном программировании	16				16
Тема 5. Постановка задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) и метод её решения	14				14
Тема 6. Транспортная задача	16		2		14
Тема 7 Межотраслевой баланс и обобщённая модель Леонтьева	16	2			14

Раздел 3. Задачи нелинейного программирования и их приложение к теории потребления и фирмы				
Тема 8. Условный экстремум и метод множителей Лагранжа	16			16
Тема 9 Количественный анализ модели потребления и классической модели рационального поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	18		2	16
Контроль	9			
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>123</b>

### III. Перечень учебно- методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Программа дисциплины.
2. Вопросы для подготовки к экзамену.
3. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов.

### IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции по ОПК-2

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
ВТОРОЙ <b>Владеть:</b> навыками проведения количественного анализа математических моделей для	1.Фирма выпускает изделия двух видов. Трудоемкость изготовления изделия первого вида вдвое выше трудоемкости изготовления изделия второго вида. Если бы фирма выпускала только изделия первого вида, суточный объем производства мог бы составлять	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Дана правильная математическая формализация задачи-1балл;</i></li> <li>• <i>Получено</i></li> </ul>



подготовки оптимальных решений экономических задач.

250 изделий. Суточный объем сбыта изделий каждого вида ограничен количеством 150 и 200 штук соответственно. Прибыль от продажи изделия первого вида равна 8 дол., а второго вида – 5 дол. Какое количество изделий каждого вида следует изготавливать, чтобы максимизировать суточную прибыль фирмы?

*правильное решение задачи-2балла;*

- Произведё на оценка устойчивости решения-3балла;*
- Не дана правильная математическая формализация задачи-0*

**2.Производственная функция** имеет вид

$$U(X) = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} x_3^{\alpha_3} x_4^{\alpha_4}$$

Цены на ресурсы  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , бюджет  $M$ , коэффициенты  $A$  и  $\alpha_i, i = 1,2,3,4$  представлены в таблице

A	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	P	P	P	P	M
					1	2	3	4	
10	0,	0,	0,	0,	2	1	3	4	100
0	2	1	3	4	0	0	0	0	0

- 1) Определить рациональное поведение фирмы;
- 2) Найти зависимость оптимального спроса на ресурсы от дохода  $M$ ;
- 3) Определить коэффициенты эластичности спроса по доходу  $M$ .

*Все показатели определены правильно и чётко сформулирован о поведение фирмы – 3 балла:*

*Все показатели определены правильно, но при анализе поведения фирмы допущены неточности-2балла:*

*Все показатели определены правильно, но допущена ошибка при оценке чувствительности спроса-1балл*

		<i>Оптимальный спрос на ресурсы найден неверно-0 баллов.</i>																									
<p>Второй (уметь: применять результаты количественного анализа математических моделей для подготовки альтернативных решений.</p>	<p>1. Запасы однородной продукции на складах- <math>a_i</math>, <math>i=1,2,3</math>, потребности потребителей- <math>b_j</math>, <math>j=1,2,3,4</math> и стоимость перевозки одной единицы продукции со склада <math>i</math> потребителю <math>j</math>-<math>c_{ij}</math> представлены в таблице</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">потребители склады</td> <td style="text-align: center;"><math>b_1=10</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_2=5</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_3=2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_4=5</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>a_1=300</math></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">00</td> <td style="text-align: center;">50</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>a_2=600</math></td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">20</td> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">30</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>a_3=500</math></td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">60</td> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>a_3=500</math></td> <td style="text-align: center;">60</td> <td style="text-align: center;">30</td> <td style="text-align: center;">70</td> <td style="text-align: center;">40</td> </tr> </table> <p>А. Определить план перевозок, при котором общие затраты на перевозку будут минимальными. Б. Построить двойственную задачу к транспортной задаче, представленной данной таблицей.</p>	потребители склады	$b_1=10$	$b_2=5$	$b_3=2$	$b_4=5$	$a_1=300$	0	50	00	50	$a_2=600$	10	20	50	30	$a_3=500$	10	60	50	20	$a_3=500$	60	30	70	40	<p><i>Оптимальный план перевозок найден правильно, двойственные оценки интерпретируются верно-2балла; Оптимальный план перевозок найден правильно, но в интерпретации двойственных переменных допускаются неточности-1балл; Оптимальный план определен неверно-0 баллов</i></p>
потребители склады	$b_1=10$	$b_2=5$	$b_3=2$	$b_4=5$																							
$a_1=300$	0	50	00	50																							
$a_2=600$	10	20	50	30																							
$a_3=500$	10	60	50	20																							
$a_3=500$	60	30	70	40																							
<p>Второй (знать: способы построения математических моделей оптимизации, используемых при решении экономических задач</p>	<p>Решить задачу ЛП графическим методом:</p> <p>1. <math>Z = x_1 - x_2 \rightarrow \max</math> 2. <math>Z = x_1 - x_2 \rightarrow \max</math></p> $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 56 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	<p><i>Задача решена верно, понятия допустимой области, линии уровня, градиента функции используются правильно-2 балла; Задача решена</i></p>																									

	<p>2. Построить задачу двойственную задаче 1.</p>	<p><i>верно, но недостаточно обосновано-1 балл;</i>  <i>дано неверное решение-0 баллов.</i></p> <p><i>Задача построена с использованием соответствующих понятий и определений-2 балла;</i>  <i>Задача построена, но имеют место терминологические неточности-1 балл;</i>  <i>Задача представлена неверно-0 баллов.</i></p>
--	---	--

## 2. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции по ОПК-3

<b>Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина</b>	<b>Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)</b>	<b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>
<b>ВТОРОЙ</b> <b>(владеть:</b> навыками применения математических методов принятия	1. Функция полезности имеет вид: $U(x) = 2\ln(x_1 - 1) + 4\ln(x_2 - 2)$ . Цены на товары $p_1$ и $p_2$ . Доход $M$ . Выразить оптимальный спрос на товары как функцию от цен и дохода. Оценить эластичности оптимального спроса на товары по цене и доходу.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Все показатели определены правильно – 3 балла</i></li> <li>• <i>Правильно</i></li> </ul>

ОПТИМАЛЬНЫХ  
решений в  
экономике

**2. Производственная функция имеет вид**

$$U(X) = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} x_3^{\alpha_3} x_4^{\alpha_4}$$

Цены на ресурсы  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , бюджет  $M$ , коэффициенты  $A$  и  $\alpha_i, i = 1, 2, 3, 4$  представлены в таблице

A	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	P	P	P	P	M
					1	2	3	4	
10	0,	0,	0,	0,	2	1	3	4	100
0	2	1	3	4	0	0	0	0	0

- 4) Определить рациональное поведение фирмы;
- 5) Найти зависимость оптимального спроса на ресурсы от дохода  $M$ ;
- 6) Определить коэффициенты эластичности спроса по доходу  $M$ .

*определены  
показатели  
оптимальног  
о спроса и их  
эластичност  
ь по доходу –  
2 балла*

- *Правильно  
определены  
показатели  
оптимальног  
о спроса – 1  
балл*

*Ни один  
показатель не  
определен  
правильно – 0  
баллов баллов.*

*Все показатели  
определены  
правильно и  
чётко  
сформулирован  
о поведение  
фирмы – 3  
балла:*

*Все показатели  
определены  
правильно, но  
при анализе  
поведения  
фирмы  
допущены  
неточности-  
2балла:*

*Все показатели  
определены  
правильно, но  
допущена  
ошибка при  
оценке  
чувствительнос*

		<p><i>ти спроса-1балл</i></p> <p><i>Оптимальный спрос на ресурсы найден неверно-0 баллов.</i></p>
<p>Второй (уметь: строить и анализировать экономико-математические модели принятия оптимальных решений)</p>	<p>1. Число отраслей равно трём. Задано: величины конечной продукции по каждой отрасли <math>F_1=200</math>, <math>F_2=40</math>, <math>F_3=30</math> и матрица коэффициентов прямых затрат</p> $A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}.$ <p>Требуется найти величину валовой продукции каждой отрасли, т.е. <math>X=(x_1, x_2, x_3)^T</math></p> <p>Задачу решить двумя способами.</p> <p>Способ 1. Используя матрицу Леонтьева.</p> <p>Способ 2. Составить систему уравнений межотраслевого баланса и решить её методом исключений Жордана – Гаусса.</p>	<p><i>Задача решена верно двумя способами и дана правильная интерпретация модели Леонтьева-3балла;</i></p> <p><i>Задача решена двумя способами, но модели Леонтьева не дана чёткая интерпретация -2балла;</i></p> <p><i>Задача решена одним способом-1балл;</i></p> <p><i>Вектор валовой продукции определён неправильно-0 баллов.</i></p>
<p>Второй (знать: математические методы принятия оптимальных решений)</p>	<p>1 Решите ЗЛП симплекс-методом:</p> $Z=x_1+2x_2+3x_3-4x_4 \rightarrow \max,$ $x_1+x_2-x_3+x_4=2,$ $x_1+14x_2+10x_3-10x_4=24,$ $x_i \geq 0, i=1,2,3,4.$	<p><i>Задача решена верно, дана оценка чувствительности решения-3 балла;</i></p> <p><i>Задача решена верно, но анализ</i></p>

		<p><i>решения неполный-2 балла;</i></p> <p><i>Задача решена верно,но анализ решения не произведён-1 балл;</i></p> <p><i>Задача решена неверно-0 баллов.</i></p>
--	--	---

#### **V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

##### а) основная литература:

1. Шелехова Л. В. Методы оптимальных решений. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2021. — 304 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/91895>

##### б) дополнительная литература:

2. Соколов А. В. Методы оптимальных решений : учебное пособие : в 2 т. - М. : Физматлит, 2019. - Т. 1. Общие положения. Математическое программирование. - 562 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457697>

3. Токарев В. В. Методы оптимальных решений : учебное пособие : в 2 т. - М. : Физматлит, 2019. - Т. 2. Многокритериальность. Динамика. Неопределенность. - 420 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457698>

#### **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Доступ к научной электронной библиотеке eLIBRARY, RU;
2. Коллекция электронных книг Оксфордско-Российского фонда.

#### **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

**Содержание методических разработок, перечисленных в разделе III «Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине»**

##### **7.1. Учебная программа дисциплины**

## **Раздел 1. Введение в дисциплину**

### **Тема 1. Предмет и содержание дисциплины с примерами планирования производства**

Понятие о экономико-математических методах оптимальных решений.

Представление задачи линейного программирования в развернутом виде, с использованием знаков суммирования, в векторно –матричной форме.

Примеры использования методов оптимальных решений в практической деятельности: задачи планирования выпуска продукции; составления рациона; использования ресурсов и т.д.

Классификация экономико-математических методов.

### **ЗЛП) Раздел 2. Методы решения ЗЛП**

#### **Тема 2. Методы графического анализа задач линейного программирования**

Геометрический смысл задачи линейного программирования. Алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом с использованием понятий нормального вектора и линии уровня целевой функции. Алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом путем вычисления значений целевой функции во всех вершинах области допустимых решений. Основные свойства решений задач линейного программирования.

Преобразование задачи линейного программирования при  $n-m=2$  к задаче с двумя переменными методом Жордана –Гаусса. Пример графического анализа ЗЛП при  $n-m=2$ .

Оценка чувствительности и устойчивости решения в линейных экономических моделях графическим методом.

#### **Тема 3. Симплекс-метод решения ЗЛП**

Идея алгоритма симплекс-метода. Опорное решение. Основные положения алгоритма симплекс-метода. Пример решения задачи ЗЛП симплекс-методом. Метод искусственного базиса. Решение ЗЛП с использованием симплекс- таблицы.

#### **Тема 4. Двойственность и анализ чувствительности в линейном программировании**

Понятие двойственности в линейном программировании. Правило построения двойственной задачи .Основные теоремы линейного программирования (теорема существования решения; теорема двойственности; теорема о дополняющей нежёсткости) .Объективно обусловленные оценки или теневые цены.

Анализ чувствительности с использованием симплекс- таблицы.

#### **Тема 5. Постановка задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) и суть методов её решения**

Основные понятия целочисленного программирования. Экономическое и геометрическое истолкование задач целочисленного программирования.

Суть основных методов решения целочисленных задач линейного программирования (округления решения непрерывной задачи линейного программирования; полного перебора; отсечения нецелочисленных оптимальных решений). Идеи алгоритмов метода Гомори, метода ветвей и границ.

## **Тема 6. Транспортная задача**

Содержательная и математическая постановка транспортной задачи. Сбалансированные и несбалансированные транспортные задачи. Построение базисного решения методом «северо- западного угла.

Решение транспортной задачи методом потенциалов .Построение задачи, двойственной к транспортной. Обобщение метода потенциалов.

## **Тема 7. Межотраслевой баланс и обобщённая модель Леонтьева**

Модель межотраслевого баланса в натуральном выражении, валовой выпуск, промежуточный спрос, конечный спрос. Коэффициенты прямых затрат. Технологическая матрица. Обратная матрица Леонтьева или матрица коэффициентов полных затрат. Эффект мультипликации. Модель межотраслевого баланса в стоимостном выражении, расходы отрасли, промежуточные затраты, добавленная стоимость. Модель Леонтьева как модель общего макроэкономического равновесия. Продуктивность матрицы коэффициентов прямых затрат. Обобщённая модель Леонтьева.

## **Раздел 3. Задачи нелинейного программирования и их приложение к теории потребления и фирмы**

### **Тема 8.Условный экстремум и метод множителей Лагранжа**

Определение задачи нелинейного программирования и примеры экономических задач, относящихся к этому классу.

Необходимые условия экстремума (условия первого рода), достаточные условия экстремума. Матрица Гессе. Критерий Сильвестра.

Метод неопределённых множителей Лагранжа..

### **Тема 9 Количественный анализ модели потребления и классической модели рационального поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции**

Модели рационального поведения потребителя .Графическая модель потребления. Классическая многомерная модель выбора и правило рационального поведения потребителя. Неоклассическая модель выбора и условия Куна- Таккера.

Классическая модель производства и правило рационального поведения фирмы. Неоклассическая модель производства и условия Куна-Таккера.



## 7.2. Вопросы для самоконтроля

1. Приведите причины принятия оптимальных решений в экономике.
2. Что такое целевая функция и критерий оптимальности? В чем их различие?
3. Приведите общую форму записи задачи математического программирования.
4. Приведите общую форму записи ЗЛП.
5. Какие формы записи ЗЛП Вы знаете?
6. Что такое допустимое решение?
7. Что такое оптимальное решение?
8. Какие ЗЛП можно решить графическим методом?
9. Что такое уравнение границ неравенства?
10. Как определить многоугольник решений ЗЛП?
11. Что может представлять собой многоугольник решений ЗЛП?
12. Что такое линия уровня целевой функции? Как она определяется?
13. Как определяется градиент целевой функции?
14. Как найти оптимальное решение на многоугольнике решений ЗЛП?
15. Приведите графическую интерпретацию для случаев: единственного решения, множества оптимальных решений и отсутствия оптимальных решений.
16. Изложите правила получения канонической формы записи ЗЛП. Приведите пример.
17. Приведите определение выпуклого множества. Дайте графическую интерпретацию выпуклого множества. Основные свойства выпуклых множеств.
18. Докажите, что множество допустимых решений ЗЛП выпукло.
19. Что такое фундаментальное и базисное решение системы линейных уравнений?
20. Докажите, что оптимальное решение любой ЗЛП следует отыскивать в классе допустимых базисных решений или их произвольной выпуклой линейной комбинации.
21. Изложите принципы построения алгоритма симплекс-метода.
22. Как установить, что текущее решение ЗЛП не является оптимальным?
23. Если текущее решение ЗЛП не является оптимальным, то как определить свободную переменную для перевода ее в состав базисных в новом решении?
24. Обоснуйте правило определения разрешающей строки.
25. Обоснуйте правило, по которому можно установить, что ЗЛП имеет множество оптимальных решений.
26. Обоснуйте правило, по которому можно установить, что ЗЛП не имеет решения, поскольку ее целевая функция

неограниченно возрастает (убывает) на множестве допустимых решений.

27. Определите двойственную задачу по отношению к общей задаче линейного программирования, заданной в канонической форме записи.
28. . Определите двойственную задачу по отношению к общей задаче линейного программирования, заданной в симметричной форме записи.
29. Определите двойственную задачу по отношению к общей задаче линейного программирования, заданной в произвольной форме записи.
30. Как используются двойственные переменные в качестве показателя чувствительности оптимального значения целевой функции к изменению условий.
31. Как выявить с помощью двойственных переменных наиболее эффективные направления использования ресурсов.
32. Поясните использование итоговой симплекс –таблицы для анализа чувствительности.
33. Приведите пример описания экономической задачи. Выполните ее математическую формализацию.
34. Какие программные средства для решения ЗЛП симплекс-методом Вы знаете? Решите ЗЛП с помощью этих средств. Выполните экономический анализ оптимального решения.
35. Приведите математическую формулировку задачи целочисленного программирования. Какими методами может быть решена эта задача?
36. Сформулируйте экономические задачи, требующие определения оптимального целочисленного решения.
37. Как определяются целые и дробные части у дробного числа? Приведите примеры.
38. Обоснуйте уравнение дополнительного ограничения, отсекающего дробную часть базисной переменной.
39. Приведите графическую интерпретацию метода Гомори.
40. Изложите алгоритм метода Гомори.
41. При каких условиях задача не имеет целочисленных решений?
42. Постройте математическую модель классической транспортной задачи (ТЗ) с участием  $m$  поставщиков и  $n$  потребителей.
43. Постройте двойственную (сопряжённую) к (ТЗ) задачу.
44. Приведите необходимые и достаточные условия для оптимальности прямой (ТЗ) и двойственной к ней задачи.
45. Изложите алгоритм метода потенциалов.
46. Представьте таблицу межотраслевого баланса в натуральном и стоимостном выражении.

47. Представьте в математической форме записи межотраслевой баланс по строке и баланс затрат труда.
48. Дайте определение *коэффициента прямых затрат и технологической матрицы*.
49. Запишите в векторно-матричной форме межотраслевой баланс.
50. Дайте определение *коэффициента полных затрат и обратной матрицы Леонтьева (матричного мультипликатора)*.
51. Представьте межотраслевой баланс, используя матричный мультипликатор.
52. Представьте в векторно-матричной форме обобщённую модель Леонтьева.
53. Представьте в векторно-матричной форме обобщённую модель Леонтьева, допускающую существование ограниченных ресурсов.
54. Приведите необходимые условия существования локального экстремума дифференцируемых функций.
55. Приведите достаточные условия существования экстремума функций, имеющих непрерывные первые и вторые частные производные.
56. Как записывается функция Лагранжа?
57. Изложите алгоритм решения задачи нелинейного программирования методом множителей Лагранжа.
58. Составьте функцию Лагранжа для классической задачи потребления.
59. Запишите условия первого порядка для классической задачи потребления.
60. Почему условия первого порядка для классической задачи потребления являются достаточными?
61. Сформулируйте правило рационального поведения потребителя.
62. Запишите классическую модель производства.
63. Постройте функцию Лагранжа для классической модели производства.
64. Запишите условия первого порядка для классической задачи производства.
65. Сформулируйте правило рационального поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции.

#### **7.4. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов**

## **Методические рекомендации по использованию рабочей программы дисциплины в начале изучения дисциплины**

1. Ознакомиться по данной рабочей программе дисциплины с:
  - целью и задачами дисциплины (п. 2);
  - местом дисциплины в структуре образовательной программы (п. 3);
  - перечнем планируемых результатов обучения по дисциплине (п. 5);
  - структурой изучения дисциплины и изучаемыми темами по “Содержанию дисциплины, структурированному по темам ...” (п. II) и “Учебной программе дисциплины” (п. 7.1);
  - перечнем основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (п. V).
2. Получить в филиале №1 научной библиотеки ТвГУ (расположен в корпусе №7, экономический факультет) учебные пособия из списка основной литературы в печатном виде (при наличии) или пароли и логины для доступа к электронно-библиотечным системам “Университетская библиотека ONLINE” и “ZNANIUM.COM”.

## **Методические рекомендации по использованию рабочей программы дисциплины при самостоятельной работе по изучению теоретических вопросов**

1. Ознакомиться с изучаемыми в теме вопросами по “Учебной программе дисциплины” (п. 7.1).
2. Изучить теоретические вопросы изучаемой темы (определения, понятия, теоремы, формульные соотношений) по полученным учебным пособиям с учетом “Перечня основных понятий, изучение которых предусмотрено дисциплиной” (п. 7.2).
3. При возникновении трудностей в изучении каких-либо вопросов целесообразно попытаться уяснить их, воспользовавшись другим рекомендованным учебным пособием. Если изучение непонятого материала по другому учебному пособию не привело к его усвоению, то следует обратиться за консультацией к преподавателю данной дисциплины.

## **Методические рекомендации по использованию рабочей программы дисциплины при подготовке к экзамену**

1. Ознакомьтесь с перечнем вопросов для подготовки к экзамену и постарайтесь ответить на них.
2. Убедитесь в умении решить типовые задачи по каждой теме.

### **Требования к рейтинг-контролю**

1. Оценка знаний по 100-балльной шкале в соответствии с рейтинговой системой ТвГУ согласно «Положения о рейтинговой системе обучения студентов ТвГУ», утвержденного ученым советом ТвГУ 31.05.2017 г.

2. К формам проведения рейтинг-контроля по данной дисциплине относятся:

- 1) текущий контроль качества освоения студентами учебного материала (письменные ответы на вопросы и работа на практических и лабораторных занятиях);
- 2) рубежный контроль качества освоения студентами учебного материала за модуль (письменная контрольная работа);
- 3) итоговый контроль качества освоения студентами учебного материала за семестр (экзамен).

3. Текущий и рубежный контроль осуществляются на практических занятиях. Преподаватель информирует учебную группу о сроке проведения письменной контрольной работы в рамках рубежного контроля по завершении модуля и о выносимых на нее вопросах и задачах не менее чем за 1 неделю до проведения. Качество усвоения студентами дисциплины в целом (по результатам текущего, рубежного и итогового контролей) в соответствии с п. 4.1 "Положения о рейтинговой системе обучения ..." оценивается по 100-балльной шкале.

Семестр делится на 2 модуля. В каждом модуле студент может набрать максимально по 30 баллов. Для того, чтобы студент был допущен к экзамену, ему необходимо набрать не менее 20 баллов.

#### **Критерии оценки качества знаний для итогового контроля**

<b>5-ти балльная оценка/ балльно-рейтинговая оценка</b>	<b>Пояснения к оценке</b>
<b>Отлично,</b> От 85 до 100 баллов	Теоретическое содержание курса освоено глубоко, материал излагается свободно, все учебные задания выполнены без ошибок, даны оригинальные решения, сформированы твердые практические навыки работы с материалом
<b>Хорошо,</b> От 70 до 84 баллов	Теоретическое содержание курса освоено, но при изложении имеют место нарушение логической строгости, неоправданные паузы, необходимые практические навыки работы с материалом сформированы
<b>Удовлетворительно</b> От 50 до 69 баллов	Допущены фактические и логические ошибки, свидетельствующие о неглубоком освоении теоретического содержания курса, имеются неточности при выполнении заданий, не приводящие к искажению смысла
<b>Неудовлетворительно</b>	Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки не сформированы, все учебные задания выполнены с грубыми ошибками.

## Типовые задачи и задания для текущего контроля

### 1. Запишите ЗЛП в канонической форме:

$$Z = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 18 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

### 2. Решить следующие задачи ЛП графическим методом:

$$Z = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 56 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } Z \max = 9, \\ x_1^* = 4, x_2^* = 5$$

$$Z = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ -10x_1 + 7x_2 \leq 56 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: ЗЛП решений не имеет, поскольку ее целевая функция неограниченно возрастает на множестве допустимых решений.

$$Z = x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ -10x_1 + 7x_2 \leq 56 \\ -x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - 4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_2 \leq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } Z \min = 2,$$

### 3. Решите ЗЛП симплекс-методом:

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 3, \\ 2x_1 - 5x_2 - x_3 &= 0, \\ x_i &\geq 0, i=1,2,3. \end{aligned}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 2, \\ x_1 + 14x_2 + 10x_3 - 10x_4 &= 24, \\ x_i &\geq 0, i=1,2,3. \end{aligned}$$

$$Z = x_1 - 10x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{aligned} x_1 - 5,5x_2 - 7x_3 &= -13, \\ x_1 + 14,5x_2 + 7x_3 &= 15, \\ x_i &\geq 0, i=1,2,3. \end{aligned}$$

$$Z = x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 10x_4 \rightarrow \max, 4.$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 0, \\ x_1 + 14x_2 + 10x_3 - 10x_4 &= 11, \\ x_i &\geq 0, i=1,2,3. \end{aligned}$$

4. Запасы однородной продукции на складах-  $a_i$ ,  $i=1,2,3$ , потребности потребителей-  $b_j$ ,  $j=1,2,3,4$  и стоимость перевозки одной единицы продукции со склада  $i$  потребителю  $j$ - $c_{ij}$  представлены в таблице

потребители склады	$b_1=100$	$b_2=550$	$b_3=200$	$b_4=550$
$a_1=300$	10	20	50	30
$a_2=600$	10	60	50	20
$a_3=500$	60	30	70	40

А. Определить план перевозок, при котором общие затраты на перевозку будут минимальными.

Б. Построить двойственную задачу к транспортной задаче, представленной данной таблицей.

5. Число отраслей равно трём. Задано: величины конечной продукции по каждой отрасли  $F_1=200$ ,  $F_2=40$ ,  $F_3=30$  и матрица коэффициентов прямых затрат

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

Требуется найти величину валовой продукции каждой отрасли, т.е.  $X=(x_1, x_2, x_3)^T$

Задачу решить двумя способами.

Способ 1. Используя матрицу Леонтьева.

Способ 2. Составить систему уравнений межотраслевого баланса и решить её методом исключений Жордана – Гаусса.

6. Число отраслей равно трём. Каждая отрасль может производить продукцию по двум различным технологиям. Объёмы затрат для производства единицы продукции по каждой из технологий, включая затраты труда, представлены в таблице.

	первая Технол. 1	отрасль Технол. 2	вторая Технол. 1	отрасль Технол. 2	третья Технол. 1	отрасль Технол. 2
Отрасль 1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,4	0,3
Отрасль 2	0,1	0,3	0,3	0,4	0,1	0,2
Отрасль 3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,3	0,4
Отрасль 4	10	8	5	4	5	3

ь 3						
Труд						

Величины конечного спроса, предъявляемого каждой из отраслей  $F_1=200$ ,  $F_2=40$ ,  $F_3=30$ . Минимизировать затраты труда.

7. Найти графическим методом наибольшее и наименьшее значение функции  $Z$

А.  $Z=(x_1-6)^2+(x_2-2)^2$

При ограничениях

$x_1+2x_2 \leq 8$ ,

$3x_1+x_2 \leq 15$ ,

$x_1+x_2 \geq 1$ ,

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

2.  $Z=2(x_1-7)^2+4(x_2-3)^2$

При ограничениях

$x_1+2x_2 \geq 2$ ,

$x_1+x_2 \leq 6$ ,

$2x_1+x_2 \leq 11$ ,

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

Б. Методом множителей Лагранжа найдите экстремум функции:

1.  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

При ограничении

$x_1^2 + x_2^2 = 2$

2.  $Z=x_1*x_2+x_2*x_3$

При ограничении

$x_1+x_2=2$ ,

$x_2+x_3=2$ .

И определите тип экстремума.

8. Функция полезности потребителя имеет вид

$U(X) = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} x_3^{\alpha_3} x_4^{\alpha_4}$

Цены на блага  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , бюджет потребителя  $M$  и коэффициенты  $A$  и  $\alpha_i, i = 1, 2, 3, 4$

представлены в таблице

A	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	M
100	0,2	0,1	0,3	0,4	20	10	30	40	1000

- 7) Определить рациональное поведение потребителя;
- 8) Найти зависимость потребления каждого блага от дохода  $M$ ;
- 9) Определить коэффициенты эластичности спроса по доходу  $M$ .

**VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

а) педагогические технологии:

- объяснительно-иллюстративная (традиционная) технология обучения;
- практическая (традиционная) технология обучения;
- технология коллективного обучения;



- технология модульно-рейтингового обучения;
- технология проблемного обучения;
- технология проектного обучения;
- технология развивающего обучения;

б) программное обеспечение:

- ;

в) электронно-библиотечные системы:

- Лань;
- Университетская библиотека ONLINE;
- ZNANIUM.COM.

#### **IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база необходимая и применяемая для осуществления образовательного процесса и программное обеспечение по дисциплине включает:

- специальные помещения (аудитории), укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации в аудитории;
- мультимедийное оборудование (ноутбук, экран и проектор);
- ПК для самостоятельной работы студентов в компьютерном классе с выходом в Интернет.

#### **Перечень лицензионного программного обеспечения:**

Adobe Reader XI (11.0.13) – Russian - 6

Google Chrome - 6

Microsoft Office профессиональный плюс 2010 Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

Audit XP Акт предоставления прав № Tr063036 от 11.11.2014

Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г

Project Expert 7 Tutorial Договор №40 от 11.09.2012 г

Audit Expert 7 Tutorial Договор №40 от 11.09.2012 г

Prime Expert 7 Tutorial Договор №40 от 11.09.2012 г

Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

CorelDRAW Graphics Suite X4 Education License Акт приема- передачи № Tr034515 от 15.12.2009

AnyLogic PLE - 6

iTALC – 6

1С: Предприятие 8. Комплект для обучения в высших и средних учебных заведениях Акт приема-передачи №Tr034562 от 15.12.2009

СПС ГАРАНТ аэро договор №5/2018 от 31.01.2018

Консультант + – договор № 2018С8702

#### **X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания совета
-------	----------------------------	------------------------------	----------------------------------

	<b>программы дисциплины</b>		<b>Института экономики и управления, утвердившего изменения</b>
1.	V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	Обновлен список литературы по дисциплине	№ 13 от 20.04.2022 г.
2.	VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	Добавлены примерные задания для текущего контроля по дисциплине	№13 от 20.04.2022 г.