

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.10.2023 09:45:21  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

А.А. Голубев

«16» 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Задачи с параметрами в школьном курсе математики

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Преподавание математики и информатики**

Для студентов 4 курса

Форма обучения очная

Составитель:

к.ф.-м.н., доцент Голубев А.А.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Цель дисциплины состоит в формировании у студента – будущего учителя математики умений и навыков по решению задач с параметрами; формирование умения выстраивать логическую цепочку рассуждений и повышение уровня логического мышления и математической культуры.

Задачи дисциплины - получение навыков и расширение приемов по формированию у учащегося интереса к предмету, развитие их математических способностей, развития исследовательской и познавательной деятельности учащегося, обеспечения условий для самостоятельной творческой работы.

Актуальность предмета связана с тем, что обучение задачам с параметрами потребует от учащихся умственных и волевых усилий, развитого внимания, воспитания таких качеств, как активность, творческая инициатива, умений коллективно-познавательного труда – в этом заключается воспитательное значение курса.

Для успешного усвоения курса студент должен иметь элементарные умения решать задачи повышенного по сравнению с обязательным уровнем сложности; точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач; правильно пользоваться математической символикой и терминологией; применять рациональные приемы тождественных преобразований.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к элективным дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Дисциплина является закрепляющей и обобщающей для дисциплин, «Элементарная математика», «Психолого-педагогические основы обучения математике» и др. Для успешного усвоения курса студент должен иметь элементарные умения решать задачи повышенного по сравнению с обязательным уровнем сложности; точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач; правильно пользоваться математической символикой и терминологией; применять рациональные приемы тождественных преобразований.

Дисциплина изучается на 4 курсе (7, 8 семестры).

**3. Объем дисциплины:** 6 зачётных единиц, 216 академических часов, **в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** 108 часов, в том числе:

лекции 54 часа, в том числе практическая подготовка 0 часов, практические занятия 54 часа, в том числе практическая подготовка 10 часов; **самостоятельная работа:** 108 часов, в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-4 Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	УК-4.1 Выбирает стиль общения на русском языке в зависимости от цели и условий партнерства; адаптирует речь, стиль общения и язык жестов к ситуациям взаимодействия УК-4.5 Публично выступает на русском языке, строит свое выступление с учетом аудитории и цели общения
ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения экзамен (8 семестр).**

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	Самостоятельная работа (в т.ч. контроль)
		Лекции		Практические занятия			
		всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>	всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>		
Тема 1. Понятие параметра и решения задачи с параметром	20	4	0	4	0	0	12
Тема 2. Линейные уравнения и неравенства с параметрами	20	4	0	4	0	0	12
Тема 3. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами	24	6	0	6	2	0	12
Тема 4. Дробно-рациональные уравнения и неравенств с параметром	28	8	0	8	0	0	12
Тема 5. Трансцендентные уравнения и неравенств с параметром	28	8	0	8	0	0	12
Тема 6. Использование свойств функций в решение задач с параметром	28	8	0	8	4	0	12

Тема 7. Графический метод решения задач с параметром	34	8	0	8	0	0	18
Тема 8. Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами	34	8	0	8	4	0	18
ИТОГО	216	54	0	54	10	0	108

### III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

#### *Образовательные технологии*

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

#### *Современные методы обучения*

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

#### *1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации*

##### **Задачи по темам**

1. Решите уравнение  $m = \frac{1}{m} + \frac{m-1}{m(x-1)}$  относительно  $x$ .

2. Решите уравнение  $mx^2 + 3mx - (m + 2) = 0$  относительно  $x$ .

3. Решите уравнение  $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x + 1$  относительно  $x$ .

4. Решите неравенство  $\log_{\frac{x}{a}} a > \log_{a^2 x} a^2$  относительно  $x$ .

5. При каком значении параметра  $a$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 - ax + (a - 1) = 0$  будет наименьшей?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых все корни уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяют неравенству  $|x| \leq 1$ .

7. Уравнение  $x^2 - (|a + 5| - |a - 5|)x + (a - 12)(a + 12) = 0$  имеет два различных отрицательных корня. Найдите  $a$ .

8. Уравнение  $|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$  имеет единственный корень. Найдите  $a$ .

9. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

10 (ЕГЭ–2010). Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$  имеет более двух точек экстремума.

11 (пробные задания к ЕГЭ–2010). Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $|x + 1| + 2|x + a| > 3 - 2x$  выполняется для любого  $x$ .

12. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + 3| - 1 = |2x - a|$  имеет единственный корень.

**13.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + 3| - 1 = |2x - a|$  имеет единственный корень.

**14.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| + |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет ровно три корня.

**15.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + a| + ||x - 3| - 4| = 1$  имеет ровно 2 корня.

**16.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(a + 4x - x^2 - 1)(a + 1 - |x - 2|) = 0$  имеет ровно три корня.

**17.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4(x^2 + \sqrt{a^2 - a - 1}) + \sqrt{(8 - a)^2} + \sqrt{(27 + a)^2} - \sqrt{(8 - a)(27 + a)} = 21$$

имеет единственное решение.

**18 (ЕГЭ–2011).** Найдите все положительные  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2. \end{cases}$$

**19 (демонстрационный вариант 2011 г.).** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - |x|, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$

**20.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система имеет решения:

$$\begin{cases} x^2 + (8a + 4)x + 7a^2 + 4a < 0, \\ x^2 + a^2 = 16. \end{cases}$$

**21.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых значение

выражения  $-(a+1)|x|$  не равно значению выражения  $2x+a$  для всех  $x$  из промежутка  $(-5;2]$ .

**22.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых количество корней уравнения  $(a-5)x^3 - 2x^2 + x = 0$  равно количеству общих точек линий  $x^2 + y^2 = a^2$  и  $y = 6 - |x - 2|$ .

**23.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\cos \sqrt{a^2 - x^2} = 1$  имеет ровно десять решений.

## 2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>УК-4 Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)</p> <p><i>УК-4.1 Выбирает стиль общения на русском языке в зависимости от цели и условий партнерства; адаптирует речь, стиль общения и язык жестов к ситуациям взаимодействия</i></p> <p><i>УК-4.5 Публично выступает на русском языке, строит свое выступление с учетом аудитории и цели общения</i></p>	<p>1. Подготовить методические рекомендации для решения задачи: Найдите все значения параметра <math>b</math>, при каждом из которых для любого <math>a</math> неравенство <math>(x-a-2b)^2 + (y-3a-b)^2 &lt; 1/2</math> имеет хотя бы одно целочисленное решение <math>(x; y)</math>.</p> <p>2. Подготовить методические рекомендации для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, для каждого из которых неравенство <math>ax^2 - 4x + 3a + 1 &gt; 0</math> выполняется для всех <math>-1 &lt; x &lt; 0</math>.</p> <p>3. Описать понятия и</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает все понятия и утверждения, необходимые для решения задачи – 15–20 баллов</li> <li>• Формулирует определения понятий и утверждения, необходимые для решения задачи, с незначительными ошибками – 8–14 баллов</li> <li>• Знает некоторые определения понятий и утверждения, необходимые для решения задачи – 0–7 баллов</li> </ul> <p style="text-align: center;">И</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Сообщение характеризуется композиционной цельностью, соблюдена логическая последовательность, поддерживается равномерный темп на протяжении всего ответа – 15–20 баллов</li> <li>• Сообщение</li> </ul>



	<p>сформулировать утверждения, необходимые для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых система</p> $\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a \end{cases}$ <p>имеет ровно два решения.</p>	<p>характеризуется композиционной цельностью, есть нарушения последовательности, большое количество неоправданных пауз – 8–14 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Не прослеживается логика, мысль не развивается – 0–7 баллов</li> </ul>
<p>ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения</p> <p>ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин</p> <p>ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории</p>	<p>1. Организовать учебную деятельность для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, для каждого из которых неравенство <math>ax^2 - 4x + 3a + 1 &gt; 0</math> выполняется для всех <math>-1 &lt; x &lt; 0</math>.</p> <p>2. Организовать учебную деятельность для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых система</p> $\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a \end{cases}$ <p>имеет ровно два решения.</p> <p>3. Описать понятия и учебные технологии, необходимые для решения задачи: Найдите все значения</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала – 15–20 баллов</li> <li>• Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 8–14 баллов</li> <li>• Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 1–7 баллов</li> <li>• Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 баллов</li> </ul> <p style="text-align: right;"><i>ИЛИ</i></p>

	<p><math>p</math>, при которых множество значений функции</p> $f(x) = \frac{3x + p}{x^2 + 5x + 7}$ <p>содержит полуинтервал <math>(-1; 3]</math>. Определите при каждом таком <math>p</math> множество значений функции <math>f</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Грамотно осуществляет организацию учебной деятельности, адекватно оценивает полученный результат – 15–20 баллов</li> <li>• Грамотно осуществляет организацию учебной деятельности, не оценивает результат деятельности – 8–14 баллов</li> <li>• Осуществляет организацию учебной деятельности с грубыми методическими ошибками – 1–7 баллов</li> <li>• Не способен организовать учебную деятельность – 0 баллов</li> </ul>
--	---	---

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – 10-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2021. – 432 с. : ил., табл., граф. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684406>

#### б) Дополнительная литература:

Потапенко, С. М. Задачи регионального содержания как фактор активизации познавательной деятельности на уроках информатики / С. М. Потапенко ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2013. – 103 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436191>

### 2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО

3) *Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### Учебная программа

#### Тема 1. Понятие параметра и решения задачи с параметром

Понятие параметра. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Что значит - решить уравнение или неравенство с параметрами. Что значит - исследовать уравнение (определить количество решений, найти положительные решения и т.д.), содержащее параметры. Полное решение уравнений и неравенств с параметром.

#### Тема 2. Линейные уравнения и неравенства с параметрами

Общие подходы к решению линейных уравнений и неравенств, содержащих параметр. Решение уравнений и неравенств, приводимых к линейным. Линейные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия (корень равен данному числу, прямая проходит через точку с заданными координатами, уравнение имеет отрицательное решение и т.д.).

#### Тема 3. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами

Исследование квадратного трехчлена. Использование теоремы Виета. Решение квадратных уравнений и неравенств с параметром. Квадратные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

#### Тема 4. Дробно-рациональные уравнения и неравенств с параметром

Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств с параметром. Уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

### **Тема 5. Трансцендентные уравнения и неравенств с параметром**

Решение различных уравнений и неравенств с параметром: уравнения и неравенства, содержащие модуль, иррациональные, показательные, логарифмические. Уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

### **Тема 6. Использование свойств функций в решение задач с параметром**

Использование свойств функций в решение задач с параметром. Множество значений функций, монотонность, экстремумы. Использование четности и периодичности функций. Метод оценки.

### **Тема 7. Графический метод решения задач с параметром**

Графический метод решения задач с параметром. Задачи с параметром, использующие построения множества точек в системе координат  $(x;y)$ ,  $(x;a)$ .

### **Тема 8. Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами**

Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами.

## **Вопросы к экзамену**

1. Понятие параметра и решения задачи с параметром.
2. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Что значит - решить уравнение или неравенство с параметрами.
3. Что значит - исследовать уравнение (определить количество решений, найти положительные решения и т.д.), содержащее параметры. Полное решение уравнений и неравенств с параметром.
4. Линейные уравнения и неравенства с параметрами. Общие подходы к решению линейных уравнений и неравенств, содержащих параметр.
5. Решение уравнений и неравенств, приводимых к линейным. Линейные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия (корень равен данному числу, прямая проходит через точку с заданными координатами, уравнение имеет отрицательное решение и т.д.).
6. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами. Исследование квадратного трехчлена. Использование теоремы Виета. Решение квадратных уравнений и неравенств с параметром.
7. Квадратные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.
8. Дробно-рациональные уравнения и неравенств с параметром.

9. Уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.
10. Трансцендентные уравнения и неравенств с параметром.
11. Использование свойств функций в решение задач с параметром.
12. Графический метод решения задач с параметром.
13. Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами

### Задачи к экзамену

1. Функция  $f(x)$  имеет период 4, чётна и на отрезке  $[0;2]$  совпадает с функцией  $y = 2 - x^2$ . Найдите, при каких значениях  $a$  графики функций  $f(x)$  и  $g(x) = (2a - 1)|x + 3|$  пересекаются ровно в 7 различных точках.

2. При каких  $a$  уравнение  $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x - a| - 1$  имеет ровно три корня?

3. Известно, что неравенство

$$\sqrt{b^5}(8x - x^2 - 16) + \frac{\sqrt{b}}{8x - x^2 - 16} \geq -\frac{2}{3}b|\cos \pi x|$$

имеет хотя бы один корень. Найдите наибольшее из возможных значений параметра  $b$ .

4. Найдите все значения переменной  $x$ , удовлетворяющие неравенству

$$(a + 2)x^3 - (2a + 1)x^2 - 6x + (a^2 + 4a - 5) > 0$$

хотя бы при одном значении  $a$ , принадлежащем промежутку  $[-2;1]$ .

5. Найдите все значения  $x$ , которые удовлетворяют неравенству  $(2a - 1)x^2 < (a + 1)x + 3a$  при любом значении параметра  $a$ , принадлежащем промежутку  $(1;2)$ .

6. Решите уравнение  $\sqrt{a^2 - x} + \sqrt{b^2 - x} = a + b$  относительно  $x$ .

7. Найдите все  $a$ , при которых среди корней уравнения  $\sin 2x + 6a \cos x - \sin x - 3a = 0$  найдутся два, удалённые друг от друга на расстояние  $3\pi/2$ .

8. А выполняет некоторую работу в срок, на  $a$  дней больший, чем В, и на  $b$  дней больший, чем С ( $a > 0, b > 0$ ). А и В, работая вместе, выполняют эту работу в срок, равный сроку С. Определите время, в которое каждый выполняет эту работу отдельно.

9. Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых для любого  $a$  неравенство  $(x - a - 2b)^2 + (y - 3a - b)^2 < 1/2$  имеет хотя бы одно целочисленное решение  $(x; y)$ .

10. Найдите все значения  $a$ , при которых система уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{|y+3|} = 1 - \sqrt{5|x|}, \\ 16a - 9 - 6y = 25x^2 + y^2 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре корня.

11. Найдите все значения  $p$ , при которых множество значений функции  $f(x) = \frac{3x + p}{x^2 + 5x + 7}$  содержит полуинтервал  $(-1; 3]$ . Определите при каждом таком  $p$  множество значений функции  $f$ .

12. Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $x$ .

13. Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $x > 0$ .

14. Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $x < 0$ .

15. Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $-1 < x < 0$ .

16. Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых для любого  $q$  система 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = q|x| + p \end{cases}$$
 имеет решения.

17. Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых найдется  $q$  такое, что система 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = q|x| + p \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство 
$$\left| \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$
 выполняется для всех  $x$ .

19. Найдите все целые  $a$  и  $b$ , для которых один из корней уравнения

$$3x^2 + ax^2 + bx + 12 = 0 \text{ равен } 1 + \sqrt{3}.$$

20. При всех  $a$  решите уравнение  $x - \sqrt{a - x^2} = 1$ .

21. Выполнив замену переменного  $t = x^2 - 6x + 5$ , найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| + |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет ровно три корня.

22. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(a + 4x - x^2 - 1)(a + 1 - |x - 2|) = 0$  имеет ровно три различных корня.

23. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система 
$$\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

24. Найдите все значения  $a$ , такие, что наименьшее значение функции  $|x^2 - (1 + a)x + a| + (a - 1)|x + 1|$  меньше 2.

25. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^{10} + (a - 2|x|)^2 + x^2 - 2|x| + a = 0$  имеет более трёх различных решений.

26. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $1 = |x - 3| - |2x + a|$  имеет единственное решение.

27. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых из неравенств  $0 \leq x \leq 1$  следует неравенство  $(a^2 + a - 2)x^2 - (a + 5)x - 2 \leq 0$ .

28. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 + 4x + \left| x^2 - \frac{3}{2}x - 1 \right| - a$  принимает только неотрицательные значения.

29. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $3x + |2x + |a - x|| = 7|x + 2|$  имеет хотя бы один корень.

30. Найдите все такие  $a$ , что наименьшее значение функции  $f(x) = 4|x - a| + |x^2 + 2x - 3|$  меньше 4.

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление глоссария.** В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.



**5. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**6. Подготовка к экзамену.** При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p>Комплект учебной мебели, интерактивная система</p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных</p>	<p>Комплект учебной мебели, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 10 шт., коммутатор, мультимедийный комплект учебного</p>	<p>Adobe Acrobat Reader DC - Russian – бесплатно Cadence SPB/OrCAD 16.6 – Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 Git version 2.5.2.2 – бесплатно</p>

<p>консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 213 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p>класса, экран настенный.</p>	<p>Google Chrome – бесплатно  Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022  Lazarus 1.4.0 – бесплатно  Mathcad 15 M010 – Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011;  MATLAB R2012b – Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012;  Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно  ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно  Microsoft Web Deploy 3.5 – бесплатно  MiKTeX 2.9 – бесплатно  MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK – бесплатно  MySQL Workbench 6.3 CE – бесплатно  NetBeans IDE 8.0.2 – бесплатно  Notepad++ – бесплатно  Origin 8.1 Sr2 – договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»;  PostgreSQL 9.6 – бесплатно  Python 3.4.3 – бесплатно  Visual Studio 2010 Prerequisites - English – Акт на передачу прав №785 от 06.08.2021 г.  WCF RIA Services V1.0 SP2 – бесплатно  WinDjView 2.1 – бесплатно  WinPcap 4.1.3 – бесплатно  Wireshark 2.0.0 (64-bit) – бесплатно  R studio – бесплатно</p>
---	---------------------------------	--

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и	1) Рекомендуемая литература –	Решение научно-

	информационное обеспечение дисциплины	актуализация списка	методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)