

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 03.05.2024 15:35:01  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

 А.А. Голубев

«16» 03 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Выпуклый анализ**

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Математическое обеспечение экономической деятельности**

Для студентов 4 курса

Форма обучения очная

Составитель: 

к.ф.-м.н., доцент Баранова О.Е.

Тверь, 2024

## **I. Аннотация**

**1. Цель и задачи дисциплины.** Целью освоения дисциплины «Выпуклый анализ» является формирование способности строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата. Задачами дисциплины «Выпуклый анализ» являются изучение основных понятий и фактов выпуклого анализа и выпуклого программирования необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

### **3. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к элективным дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

**Выпуклый анализ** имеет логические и содержательно – методические взаимосвязи со следующими дисциплинами: математическим анализом, методы оптимизации и необходим для изучения этих дисциплин. Для освоения дисциплины необходимы знание курса математического анализа и наличие устойчивых навыков работы с объектами этого курса.

Дисциплина изучается на 4 курсе (7, 8-й семестры).

### **4. Объём дисциплины:**

5 зачётных единиц, 180 академических часов, в том числе

**контактная работа:** лекции 37 часов,

практические занятия 37 часов, в том числе практическая подготовка 12 часов

**самостоятельная работа:** 106 часов, в том числе контроль 27 часов

### **5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Формируемые компетенции</b>	<b>Требования к результатам обучения</b>
ПК-3 Способен разрабатывать техническое задание, методические и рабочие программы, экономическое обоснование, прогноз и предложения по развитию соответствующей отрасли экономики, науки и техники	В результате изучения дисциплины студент должен:
	ПК-3.1 Выявляет, собирает и анализирует информацию бизнес-анализа для проведения расчётов экономических показателей и формирования возможных решений, предлагает описание возможных решений
	ПК-3.2 Строит экономико-математические модели на основе современного алгоритмического инструментария, анализирует и содержательно интерпретирует полученные результаты
	ПК-3.3 Использует информационно-коммуникационные технологии (программное обеспечение) для целей бизнес-анализа и при решении управленческих задач

**6. Форма промежуточной аттестации:** экзамен (8 семестр).

**7. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические работы/ практическая подготовка	
<b>Раздел 1 Выпуклые множества</b>	<b>80</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>48</b>
Аффинные множества в линейном пространстве. Аффинные оболочки. Размерность множества. Гиперплоскости. Задание гиперплоскости посредством линейного отображения.	10	2	2	6
Выпуклые множества в пространстве $R^n$ . Выпуклые оболочки. Симплексы. Теорема Каратеодори. Алгебраические и топологические свойства выпуклых множеств. Относительная внутренность выпуклого множества. Теорема о включении интервала.	10	2	2	6
Теорема о существовании элемента наилучшего приближения в выпуклом множестве. Теорема о сильной отделимости. Теорема отделимости. Геометрическая трактовка теорем отделимости. Опорные гиперплоскости. Представление замкнутого выпуклого множества в виде пересечения замкнутых полупространств порожденных опорными гиперплоскостями.	10	2	2	6
Крайние точки и крайние множества. Существование крайних точек у выпуклого компактного множества. Теорема Крейна – Мильмана.	10	2	2	6
Двойственность выпуклых множеств. Поляра и биполяра. Теорема о биполяре.	10	2	2	6

Функция Минковского и опорная функция выпуклого множества. Восстановление замкнутого выпуклого множества по его функции Минковского и опорной функции.	10	2	2	6
Выпуклые конусы. Конические оболочки. Сопряженные конусы. Теорема о втором сопряженном конусе.	10	2	2/2	6
Выпуклые многогранники. Представление замкнутого выпуклого многогранника в виде конечного пересечения замкнутых полупространств порожденных опорными гиперплоскостями.	10	2	2/2	6
<b>Раздел 2</b> <b>Выпуклые функции</b>	<b>50</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>30</b>
Выпуклые функции с бесконечными значениями. Эффективная область и надграфик. Условия выпуклости. Положительно однородные, субаддитивные и сублинейные функции. Выпуклость и непрерывность. Полунепрерывные снизу функции.	10	2	2	6
Замкнутые функции. Замыкание выпуклой функции. Условия замкнутости выпуклой функции. Теорема Минковского о представлении замкнутой выпуклой функции как огибающей аффинных функций.	10	2	2	6
Двойственность выпуклых функций. Сопряженная функции. Вторая сопряженная. Теорема Фенхеля–Моро. Сопряженные к положительно однородным функциям.	10	2	2	6
Дифференцирование выпуклых функций. Производная по направлению, субградиент и субдифференциал. Восстановление производной по направлению по субдифференциалу. Условия субдифференцируемости выпуклой функции. Условия компактности субдифференциала.	10	2	2/2	6

Субдифференциальное исчисление. Теорема Моро-Рокафеллара. Субдифференциал максимума. Теорема об очистке.	10	2	2/2	6
<b>Раздел 3 Приложения выпуклого анализа</b>	<b>50</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>28</b>
Экстремум выпуклой функции. Различные виды ограничений. Задачи линейного и выпуклого программирования. Необходимые условия экстремума. Теорема Куна – Таккера в классической и субдифференциальной форме. Вектор Куна-Таккера.	20	4	4	12
Применение выпуклого анализа к задачам теории приближений. Критерии наилучшего приближения. Теорема о чебышевском альтернансе.	10	2	2/2	6
Применение выпуклого анализа к задачам математической экономики. Пример математической модели функционирования экономического объекта.	20	5	5/2	10
<b>Итого</b>	<b>180</b>	<b>37</b>	<b>37/2</b>	<b>106</b>

### **III. Образовательные технологии**

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

#### ***Образовательные технологии***

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

## Современные методы обучения

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>ПК-3 Способен разрабатывать техническое задание, методические и рабочие программы, экономическое обоснование, прогноз и предложения по развитию соответствующей отрасли экономики, науки и техники</p> <p><i>ПК-3.1 Выявляет, собирает и анализирует информацию бизнес-анализа для проведения расчётов экономических показателей и формирования возможных решений, предлагает описание возможных решений</i></p> <p><i>ПК-3.2 Строит экономико-математические модели на основе современного алгоритмического инструментария, анализирует и содержательно интерпретирует полученные результаты</i></p> <p>ПК-3.3 Использует информационно-коммуникационные технологии (программное обеспечение) для целей бизнес-анализа и при решении управленческих задач</p>	<p>1. Сформулируйте и докажите теоремы отделимости. Дайте геометрическую трактовку отделимости.</p> <p>2. Пусть <math>A : R^n \rightarrow R^n</math>, линейный оператор, <math>\alpha \in R</math>. Докажите, что множество <math>M = \{x \in R^n : \langle A(x), x \rangle \leq \alpha\}</math> выпукло. При каких условиях это множество будет подпространством.</p> <p>3. Дайте развернутый ответ на вопрос: Понятие экстре-</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Грамотно доказывает утверждение, выводит следствия и проводит корректные обоснования их справедливости – 85-100%.</li> <li>• Способен сформулировать результат и видеть следствие полученного результата, но не всегда может строго доказать утверждение – 65-84%</li> <li>• Способен сформулировать результат, строго доказать, но не всегда видит следствие полученного – 45-64%</li> <li>• Формулирует результат с ошибками – 20-44%</li> <li>• Не владеет – 0-19%</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Грамотно выводит следствия утверждения и проводит корректные обоснования их справедливости – 85-100%.</li> <li>• Способен сформулировать результат и видеть следствие полученного результата, но не всегда может строго доказать их справедливость – 65-84%</li> <li>• Способен сформулировать следствие полученного – 45-64%</li> <li>• Формулирует результат и его следствия с ошибками – 20-44%</li> <li>• Не владеет – 0-19%</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Грамотно формулирует постановки классических задач, знает методы и приемы дока-</li> </ul>

	<p>мальной задачи. Различные типы ограничений. Условия экстремума в задаче без ограничений и в задаче с ограничениями типа включений в терминах субдифференциала.</p>	<p>зательств – 85-100%.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Формулирует постановки классических задач, знает некоторые методы и приемы доказательств – 65-84%</li> <li>• Формулирует постановки классических задач с незначительными ошибками, имеет представление о методах и приемах доказательств – 45-64%</li> <li>• Формулирует постановки классических задач с грубыми ошибками, имеет представление о методах и приемах доказательств – 20-44%</li> <li>• Не знает – 0-19%</li> </ul>
--	---	---

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Ржевский С. В. Исследование операций. - Москва: Лань", 2013. - 476 с. – Электронный ресурс. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=32821](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=32821)
2. Ашманов С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. - Москва: Лань, 2012. - 448 с. – Электронный ресурс. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=3799](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=3799)

#### б) Дополнительная литература:

1. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах: учебное пособие. - Москва: Лань, 2011. - 352 с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 347. – Электронный ресурс. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=2027](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2027)

### 2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

### 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### Типовые вопросы и задачи для проверки самостоятельной работы

1. Приведите определение выпуклого множества.
2. Приведите примеры выпуклых и не выпуклых плоских множеств.
3. Приведите определение выпуклой оболочки множества.
4. Найдите выпуклую оболочку множества  $A$ 
  - 4.1.  $A = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\} \cup \{(x, y) : x < 0, y < 0, x + y > -1\}$
  - 4.2.  $A = \{(x, y) : x > 0, y = x^2\} \cup \{(0, 0)\}$
5. Сформулируйте теоремы отделимости и сильной отделимости выпуклых множеств. Приведите геометрическую интерпретацию отделимости.
6. Приведите примеры отделимых, но не сильно отделимых плоских множеств.
7. Укажите гиперплоскости отделяющие множества  $A$  и  $B$ 
  - 7.1.  $A = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$ ,  $B = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$ .
  - 7.2.  $A = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$ ,  $B = \{(x, y) : y > 0\}$ .
8. Сформулируйте определение выпуклой функции.
9. Приведите примеры выпуклых и не выпуклых плоских множеств.
10. Докажите по определению выпуклость функций
  - 10.1.  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0, \\ +\infty, & x \leq 0, \end{cases}$
  - 10.2.  $f(x) = \begin{cases} -\ln x, & x > 0, \\ +\infty, & x \leq 0, \end{cases}$



$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-1; 0), \\ x, & x \in (0; 1) \\ 1, & x = \pm 1, \\ +\infty, & x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$

11. Для функции  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , найдите:

11.1. Замыкание  $\text{cl} f$ .

11.2. Сопряженную функцию  $f^*$ .

11.3. Субдифференциал в каждой точке  $x \in [-1; 1]$ .

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & x \geq 0, y \geq 0, x + y < 1 \\ x + y - 1, & x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 1, \\ +\infty, & \text{для остальных } (x, y) \in \mathbb{C}^2 \end{cases}$$

12. Для функции  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , найдите:

12.1. Производные по направлениям  $e = (0, 1)$ ,  $e = (1, 0)$ ,  $e = (1, 1)$  в

точках  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $(0, \frac{1}{2})$ ,  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ,  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ ,  $(1, 1)$ .

12.2. Субдифференциал в точках границы множества  $\{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

### Вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие выпуклого множества. Основные свойства выпуклых множеств. Выпуклые оболочки. Теорема Каратеодори.
2. Алгебраические свойства выпуклых множеств.
3. Топологические свойства выпуклых множеств. Относительная внутренность множества. Теорема о включении полуинтервала. Замыкание относительной внутренности и относительная внутренность замыкания для выпуклых множеств.
4. Теоремы отделимости. Геометрическая трактовка отделимости.
5. Двойственность выпуклых множеств. Теорема о биполяре.
6. Выпуклые конусы. Сопряженный конус.
7. Крайние точки выпуклого множества. Теорема Крейна - Мильмана.
8. Выпуклые функции. Основные свойства выпуклых функций.
9. Замкнутые функции. Условия замкнутости. Замыкание функции. Свойства замыкания функции.
10. Теорема Минковского.
11. Сопряженные функции. Примеры. Сопряженная к аффинной функции. Свойства сопряженных функций. Теорема Фенхеля – Моро. Сопряженные к положительно однородным функциям.
12. Производная по направлению. Существование производной по направлению выпуклой функции. Выпуклость, положительная однородность и замкнутость производной по направлению.
13. Понятие субградиента и субдифференциала. Теорема об эквивалентных условиях для субградиента.
14. Примеры вычисления субдифференциала.

15. Условия субдифференцируемости выпуклой функции. Восстановление производной по направлению по субдифференциалу.
16. Теоремы субдифференциального исчисления.
17. Понятие экстремальной задачи. Различные типы ограничений. Условия экстремума в задаче без ограничений и в задаче с ограничениями типа включений в терминах субдифференциала.
18. Теорема Куна – Таккера.

### Типовые задачи для промежуточного контроля

#### Выпуклые множества

1. Докажите, что множество  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 - 5xy + 2y^2 \leq 0, y \geq 0\}$  является выпуклым конусом. Изобразите это множество на плоскости.
2. Пусть  $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ , линейный оператор,  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Докажите, что множество  $M = \{x \in \mathbb{R}^n : \langle A(x), x \rangle \leq \alpha\}$  выпукло. При каких условиях это множество будет подпространством.
3. Найдите и изобразите на плоскости выпуклую и коническую оболочку множества  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2 \leq 0, x \geq 0\}$ .
4. Найдите внутренность, относительную внутренность и замыкание множества  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y > 0, z = 0, x + 1 \leq 1\}$ .
5. Найдите коническую оболочку множества  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x, x + y \geq 1\}$  и укажите конус сопряженный для этой оболочки.
6. Многогранник на плоскости является выпуклой оболочкой точек  $A=(0,0)$ ,  $B=(0,1)$ ,  $C=(1,4)$ ,  $D=(3,3)$ ,  $E=(2,0)$ . Укажите крайние точки и крайние множества этого многогранника. Определите для этого многогранника опорные гиперплоскости, порождающие полупространства, пересечение которых совпадает с исходным многогранником.
7. Найдите все гиперплоскости, отделяющие множества  $K$  и  $L$  и укажите среди них те, которые строго отделяют эти множества. Можно ли для указанных множеств построить гиперплоскость, сильно отделяющую эти множества.

$$\begin{aligned}
 7.1. \quad K &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|x|, |y|\} \leq 1\}, & L &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < -1, y \geq 1\}. \\
 7.2. \quad K &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}, & L &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x < 2, |y| \leq 2 - x\}. \\
 7.3. \quad K &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, xy \geq 1\}, & L &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 2, xy \leq -1\}.
 \end{aligned}$$

8. Найдите все гиперплоскости, сильно отделяющие множества

8.1.  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$ ,  $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \leq 0, x - y \geq \frac{5}{4}\}$ .

8.2.  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq -y^2\}$ ,  $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq \frac{1}{4}, (4x-1)^2 + 4y^2 \leq 16\}$ .

### Выпуклые функции

1. Определите, при каких  $k \in \mathbb{R}$  функция  $f : \mathbb{R} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ ,  $f(x) = |x-2| - |kx-1|$ , является выпуклой.

2. Докажите, что функция  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ ,  $f(x, y) = \begin{cases} e^{|x|+|y|}, & |x|+|y| \leq 1, \\ +\infty, & |x|+|y| \geq 1, \end{cases}$  выпукла.

3. Найдите функцию Минковского множества

$$M = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}.$$

4. Найдите замыкание функции  $f : \mathbb{R} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} -\sin \pi x, & x \in (0; 1), \\ 1, & x = 0, \\ +\infty, & x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) \end{cases}$$

5. Найдите сопряженную и вторую сопряженную для функции  $f : \mathbb{R} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$   
 $f(x) = -\ln x$ .

6. Для функции  $f : \mathbb{R} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ ,  $f(x) = \begin{cases} |x-1| + |x+1|, & x \in [-2; 2], \\ +\infty, & x \notin [-2; 2]. \end{cases}$

определите субдифференциал в точках  $x = -1$ ,  $x = 0$  и  $x = 1$ .

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление глоссария.** В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

**5. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**6. Подготовка к экзамену.** При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль, не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчиваемой экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## **VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 208 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	<i>Комплект учебной мебели, CD-магнитола, компьютер: (системный блок + монитор), многофункциональный лазер. копир/принтер/сканер, видеоплеер, телевизор, DVD плеер.</i>	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно

#### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.			
2.			